

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$

Calcule x, y, z , sabiendo que $A \cdot B = 2C - D$.

SOCIALES II. 2002 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3x+y \\ x+3y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-z \\ 2-z \\ -z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y+z=2 \\ x+3y+z=2 \\ x+z=0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2}{3}; y = \frac{2}{3}; z = -\frac{2}{3}$$

Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Realice, cuando sea posible, los siguientes productos de matrices: $A \cdot B$; $B \cdot C$; $C \cdot A$

b) Resuelva la ecuación matricial: $A \cdot X + B = C$.

SOCIALES II. 2002 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$B \cdot C =$ No es posible.

$C \cdot A =$ No es posible.

b) Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t}{-1} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X + B = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot (C - B) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 6 \\ -11 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -6 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}$

a) Determine para qué valores del parámetro m existe A^{-1} . b) Calcule A^{-1} para $m = 2$.
SOCIALES II. 2002 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -6 \\ 1 & 1 & -m \end{vmatrix} = -m^2 + m + 6 = 0 \Rightarrow m = 3 ; m = -2$$

Luego, la matriz A tiene inversa para todos los valores de $m \neq 3$ y $m \neq -2$

Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & -6 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}^t}{4} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -6 & -1 & 6 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}}{4} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ determine, si existe, la matriz X que verifique $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2002 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t}{1} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.

b) Haciendo $m = 4$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2002. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow m = 5 ; m = -3$$

Luego, la matriz A tiene inversa para todos los valores de $m \neq 5$ y $m \neq -3$

b) Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -6 & 15 & 10 \\ -2 & 5 & 1 \\ 1 & -6 & -4 \end{pmatrix}^t}{-7} = \frac{\begin{pmatrix} -6 & -2 & 1 \\ 15 & 5 & -6 \\ 10 & 1 & -4 \end{pmatrix}}{-7} = \begin{pmatrix} \frac{6}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{15}{7} & -\frac{5}{7} & \frac{6}{7} \\ -\frac{10}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}$$

$$X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{6}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{15}{7} & -\frac{5}{7} & \frac{6}{7} \\ -\frac{10}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$