

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz A^{2017} .

b) ¿Se verifica la expresión $(B + A) \cdot (B - A) = B^2 - A^2$?

SOCIALES II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos A^2

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$$

Luego:

$$A^{2017} = A \cdot A^{2016} = A \cdot (A^2)^{1008} = A \cdot (I_2)^{1008} = A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) En general, el producto de matrices no es conmutativo, con lo cual, la expresión que nos dan debe ser falsa, ya que, en general: $A \cdot B \neq B \cdot A$

Vamos a ver si en nuestro caso es cierto que $A \cdot B = B \cdot A$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$
$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Vemos que son distintos, luego la igualdad es falsa

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

a) Razone cuáles de las siguientes operaciones son posibles:

$$A \cdot B^t \quad B + 3C \quad C \cdot B^t \quad A \cdot B + C$$

b) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X = C$

SOCIALES II. 2017 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$A_{(2,3)} \cdot B^t_{(2,3)}$ No se puede, ya que el número de columnas de la primera matriz no coincide con el número de filas de la segunda matriz.

$B_{(3,2)} + 3C_{(2,2)}$ No se puede, ya que las matrices son de distinto orden.

$C_{(2,2)} \cdot B^t_{(2,3)}$ Si se puede, la matriz resultante sería de orden (2,3)

$A_{(2,3)} \cdot B_{(3,2)} + C_{(2,2)}$ Si se puede, ya que la matriz resultante de $A \cdot B$ es una matriz de orden (2,2) y se puede sumar con la matriz C

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a-c & b-d \\ -2a+3c & -2b+3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-c = 1 \\ -2a+3c = 3 \\ b-d = 1 \\ -2b+3d = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow a=6; b=1; c=5; d=0$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Razone si se pueden efectuar las siguientes operaciones

$$A \cdot D + B \cdot C \quad D^t \cdot B - A^2$$

b) Halle la matriz X que verifica la ecuación matricial $A \cdot X = B - C$.

SOCIALES II. 2017 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$A_{(2,2)} \cdot D_{(2,3)} + B_{(2,2)} \cdot C_{(2,2)}$ No se puede, ya que la matriz resultante de $A \cdot D$ es de orden $(2,3)$ y la matriz resultante de $B \cdot C$ es de orden $(2,2)$, con lo cual no se pueden sumar.

$D^t_{(3,2)} \cdot B_{(2,2)} - A^2_{(2,2)}$ No se puede, ya que la matriz resultante de $D^t \cdot B$ es de orden $(3,2)$ y no se puede restar con A^2 que es de orden $(2,2)$.

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+c & 2b+d \\ -c & -d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a+c = 3 \\ -c = 1 \\ 2b+d = -5 \\ -d = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 2 ; b = -2 ; c = -1 ; d = -1$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule $A^2 + B^3$.

b) Calcule X en la ecuación matricial $(A + B) \cdot X = A - B$.

SOCIALES II. 2017 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos $A^2 + B^3$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B^3 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + B^3 = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -27 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} -a+4c & -b+4d \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -a+4c=5 \\ -b+4d=4 \\ b=-2 \end{array} \right\} \Rightarrow a=1; b=-2; c=\frac{3}{2}; d=\frac{1}{2}$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Justifique cuales de las siguientes operaciones pueden realizarse y, en tal caso, calcule el resultado: A^2 ; $A - B$; $A \cdot B$; $A \cdot B^t$

b) Halle la matriz X tal que: $A^t + B \cdot X = 3B$

SOCIALES II. 2017 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

A^2 : No se puede calcular ya que el número de columnas de la primera matriz no es igual que el número de filas de la segunda matriz.

$A - B$: No se pueden restar ya que no son del mismo orden las matrices

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$A \cdot B^t$: No se puede calcular ya que el número de columnas de la primera matriz no es igual que el número de filas de la segunda matriz.

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$A^t + B \cdot X = 3B \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \\ a+c & b+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} c = -1 \\ d = 3 \\ a = 3 \\ b = -1 \\ a + c = 2 \\ b + d = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 3 ; b = -1 ; c = -1 ; d = 3$$

Luego la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$