**PROBLEMAS RESUELTOS**
**SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**
**2018**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B

**Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$**

**a) ¿Se verifica la igualdad $(A+B)^2=A^2+B^2+2A\cdot B$**

**b) Resuelva la ecuación matricial $X\cdot A=B^t+I_2$**

**SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos $(A+B)^2=A^2+B^2+A\cdot B+B\cdot A$

En general, el producto de matrices no es conmutativo, con lo cual $A\cdot B\neq B\cdot A$, y por lo tanto, la igualdad $(A+B)^2=A^2+B^2+2A\cdot B$ , en general no es cierta

Vamos a comprobarlo para estas matrices:

$$(A+B)^2=\left(\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right)^2=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

$$A^2=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

$$B^2=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$2A\cdot B=2\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & -2\\ 4 & -4\end{pmatrix}$$

$$A^2+B^2+2A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4 & -2\\ 4 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$$

Vemos que: $\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}1 & -1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$

b) Resolvemos la ecuación matricial: $X\cdot A=B^t+I_2$

$$X\cdot A=B^t+I_2\Rightarrow X\cdot A\cdot A^{-1}=(B^t+I_2)\cdot A^{-1}\Rightarrow X=(B^t+I_2)\cdot A^{-1}$$

Calculamos la inversa

$$A^{-1}=\frac{(A^d)^t}{|A|}=\frac{\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & -1\end{pmatrix}^t}{-2}=\frac{\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}}{-2}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$X=(B^t+I_2)\cdot A^{-1}=\left(\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ -1 & 0\end{pmatrix}$$

**Sean las matrices** $A=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ , $B=\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ $y$ $C=\begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}$

**a) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible:**

$$B+2C\cdot A \qquad A-(B\cdot C)^t$$

**b) Resuelva la ecuación matricial** $\frac{1}{5}(B+A\cdot X)=C^t$

**SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

a)

$B_{(2,1)}+2C_{(1,2)}\cdot A_{(2,2)}$ No se puede, ya que $2C_{(1,2)}\cdot A_{(2,2)}$ da una matriz de orden $(1,2)$, que no se puede sumar con la matiz $B$ de orden $(2,1)$.

$$A-(B\cdot C)^t=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}-\left[\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}\right]^t=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}^t=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 8 & -12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 12 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\frac{1}{5}\left[\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}\Rightarrow\frac{1}{5}\left[\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6a \\ 2a+4b \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}\Rightarrow\frac{1}{5}\left[\begin{pmatrix} -4+6a \\ 6+2a+4b \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix} -4+6a \\ 6+2a+4b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -10 \\ -10 \end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l} -4+6a=-10 \\ 6+2a+4b=-10 \end{array}\right\}\Rightarrow a=-1\ ;\ b=-\frac{7}{2}$$

$\Rightarrow$

Luego, la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$