

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**

**TEMA 1: MATRICES**

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) ¿Se verifica la igualdad  $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2A \cdot B$

b) Resuelva la ecuación matricial  $X \cdot A = B^t + I_2$

**SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN B**

## R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos  $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + A \cdot B + B \cdot A$

En general, el producto de matrices no es conmutativo, con lo cual  $A \cdot B \neq B \cdot A$ , y por lo tanto, la igualdad  $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2A \cdot B$ , en general no es cierta

Vamos a comprobarlo para estas matrices:

$$(A+B)^2 = \left( \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2A \cdot B = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + B^2 + 2A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Vemos que:  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

b) Resolvemos la ecuación matricial:  $X \cdot A = B^t + I_2$

$$X \cdot A = B^t + I_2 \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = (B^t + I_2) \cdot A^{-1} \Rightarrow X = (B^t + I_2) \cdot A^{-1}$$

Calculamos la inversa

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^t}{-2} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}{-2} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$X = (B^t + I_2) \cdot A^{-1} = \left( \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$  y  $C = (-2 \ -2)$

a) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible:

$$B + 2C \cdot A \quad A - (B \cdot C)^t$$

b) Resuelva la ecuación matricial  $\frac{1}{5}(B + A \cdot X) = C^t$

**SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

## R E S O L U C I Ó N

a)

$B_{(2,1)} + 2C_{(1,2)} \cdot A_{(2,2)}$  No se puede, ya que  $2C_{(1,2)} \cdot A_{(2,2)}$  da una matriz de orden (1,2), que no se puede sumar con la matriz  $B$  de orden (2,1).

$$A - (B \cdot C)^t = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \left[ \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot (-2 \ -2) \right]^t = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 12 \\ -6 & 16 \end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \left[ \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right] &= \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{1}{5} \left[ \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6a \\ 2a+4b \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{1}{5} \left[ \begin{pmatrix} -4+6a \\ 6+2a+4b \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} -4+6a \\ 6+2a+4b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -4+6a = -10 \\ 6+2a+4b = -10 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -1; b = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

Luego, la matriz que nos piden es:  $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$