PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2004

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

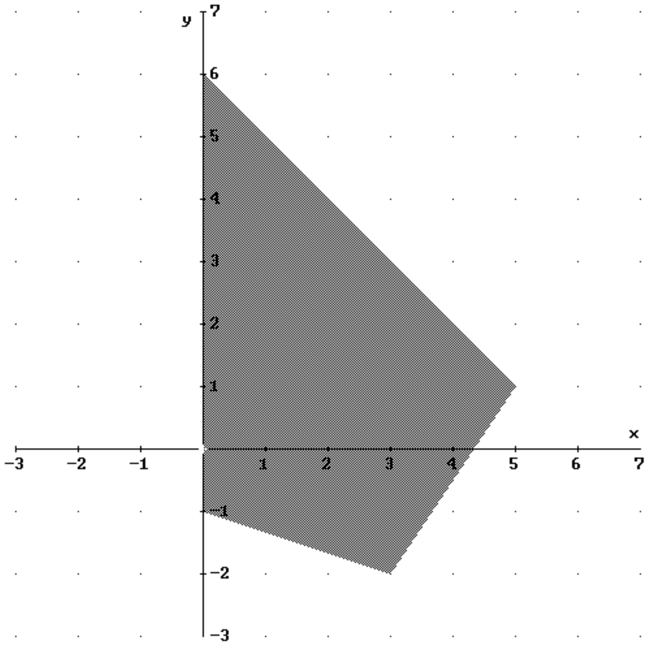
- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sea el siguiente sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x+y\leq 6 \\ 3x-2y\leq 13 \\ x+3y\geq -3 \\ x\geq 0 \end{cases}$

a) Dibuje el recinto cuyos puntos son las soluciones del sistema y obtenga sus vértices.
b) Halle los puntos del recinto en los que la función $F(x,y)=x-2y$ toma los valores máximo y mínimo, y determine éstos.
SOCIALES II. 2004 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A(0,-1);B(3,-2);C(5,1);D(0,6)$

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=x-2y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,-1)=2$$
$$F(B)=F(3,-2)=7$$
$$F(C)=F(5,1)=3$$
$$F(D)=F(0,6)=-12$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $\mathrm{B}(3,-2)$ y vale 7, y el mínimo en el punto $\mathrm{D}(0,6)$ y vale -12.

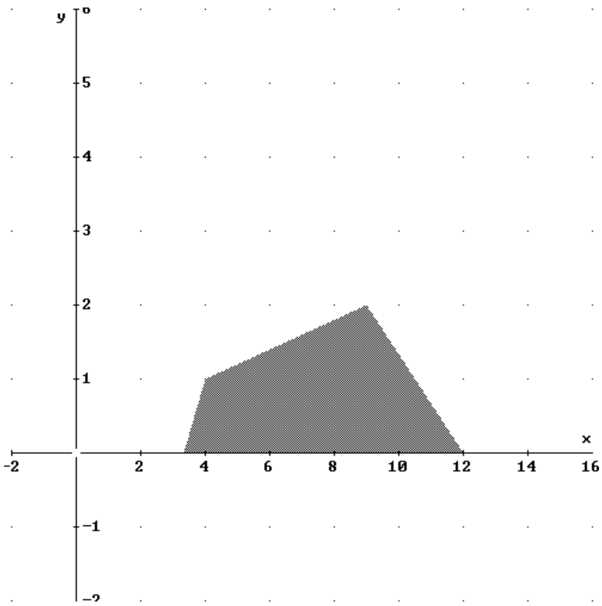
Calcule los valores máximo y mínimo que alcanza la función $F(x,y)=3x+5y$, en el recinto del plano determinado por las inecuaciones:

$$x\geq 0,\ \ y\geq 0,\ \ 3x-2y\geq 10,\ \ 2x+3y\leq 24,\ \ x-5y\geq -1$$

SOCIALES II. 2004 RESERVA 1. EJERCICIO 1 OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es dibujar el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=\left(\frac{10}{3},0\right)$; B = (12,0); C = (9,2); D = (4,1)

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=3x+5y$ en dichos puntos

$$F(A)=F\left(\frac{10}{3},0\right)=10$$
$$F(B)=F(12,0)=36$$
$$F(C)=F(9,2)=37$$
$$F(D)=F(4,1)=17$$

Luego vemos que el máximo está en el punto C = (9,2) y vale 37, y el mínimo está en el punto $A=\left(\frac{10}{3},0\right)$ y vale 10.

a) Los vértices de un polígono convexo son (1,1), (3,1/2), (8/3,5/2), (7/3,3) y (0,5/3). Calcule el máximo de la función objetivo $F(x,y)=3x-2y+4$ en la región delimitada por dicho polígono.
b) Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x+2y\geq 6 \quad ; \quad x-y\leq 1 \quad ; \quad y\leq 5 \quad ; \quad x\geq 0 \quad ; \quad y\geq 0$$

y determine sus vértices.
SOCIALES II. 2004 RESERVA 2. EJERCICIO 1 OPCIÓN B.

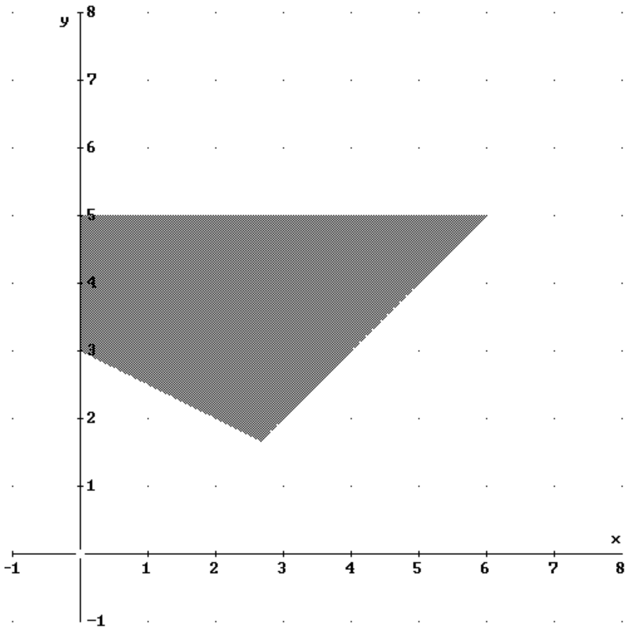
R E S O L U C I Ó N

a) Para calcular el máximo, vamos sustituyendo los vértices en la función objetivo.

$$F(A)=F(1,1)=5$$
$$F(B)=F\left(3,\frac{1}{2}\right)=12$$
$$F(C)=F\left(\frac{8}{3},\frac{5}{2}\right)=7$$
$$F(D)=F\left(\frac{7}{3},3\right)=5$$
$$F(E)=F\left(0,\frac{5}{3}\right)=\frac{2}{3}$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $B=\left(3,\frac{1}{2}\right)$ y vale 12.

b) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: A(0,3); $B\left(\frac{8}{3},\frac{5}{3}\right)$; C(6,5); D(0,5).

a) Dibuje la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$2x-3y\geq -13 \quad , \quad 2x+3y\geq 17 \quad , \quad x+y\leq 11 \quad , \quad y\geq 0.$$

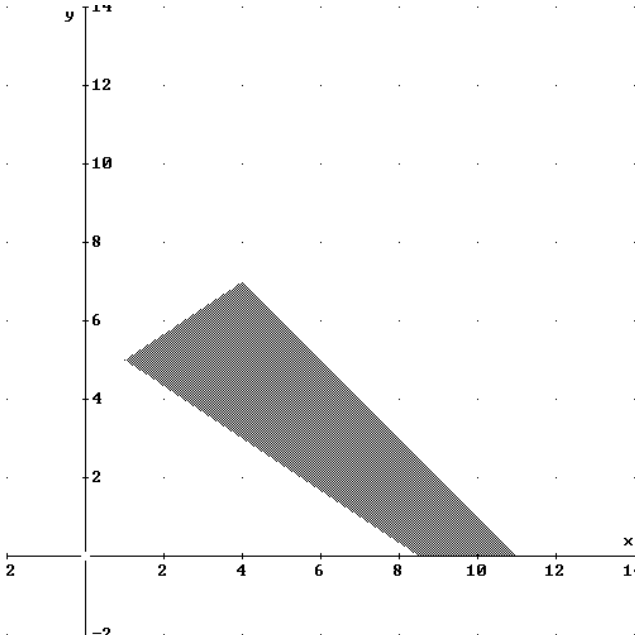
b) Determine los vértices de este recinto.

c) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=5x+6y$ en la región anterior e indique en qué puntos se alcanzan.

SOCIALES II. 2004 RESERVA 3. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto.



b) Los vértices del recinto son los puntos: A (8’5, 0); B (11, 0); C (4, 7); D (1, 5).

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=5x+6y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(8'5,0)=42'5$$
$$F(B)=F(11,0)=55$$
$$F(C)=F(4,7)=62$$
$$F(D)=F(1,5)=35$$

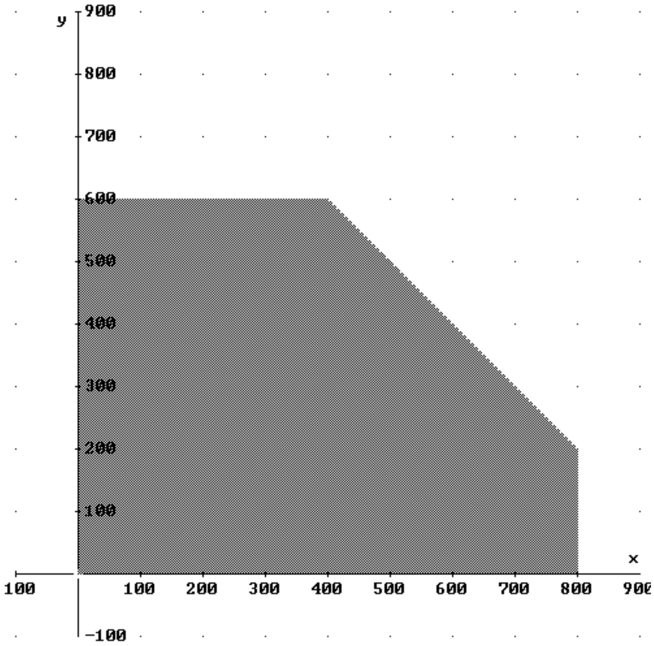
Luego vemos que el máximo está en el punto C = (4, 7) y vale 62, y el mínimo está en el punto D = (1, 5) y vale 35.

Una fábrica produce dos tipos de relojes: de pulsera, que vende a 90 euros la unidad, y de bolsillo, que vende a 120 euros cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes, pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo. ¿Cuántos relojes de cada tipo debe producir para obtener el máximo ingreso? ¿Cuál sería dicho ingreso?
SOCIALES II. 2004 RESERVA 4. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos *x* al número de relojes de pulsera e *y* al número de relojes de bolsillo, tenemos:
- La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes $\Rightarrow$ $x + y \leq 1.000$
- pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo $\Rightarrow$ $x \leq 800$; $y \leq 600$
- Además está claro que: $x \geq 0$; $y \geq 0$
La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 90x + 120y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: A = (0, 0); B = (800, 0); C = (800, 200); D = (400, 600); E = (0, 600).
Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 90x + 120y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,0) = 0$$
$$F(B) = F(800,0) = 72.000$$
$$F(C) = F(800,200) = 96.000$$
$$F(D) = F(400,600) = 108.000$$
$$F(E) = F(0,600) = 72.000$$

Luego vemos que el número de relojes deben ser 400 de pulsera y 600 de bolsillo. El beneficio máximo es de 108.000 €.

Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 gr de cacao, 20 gr de nata y 30 gr de azúcar y se vende a 1 euro la unidad. Cada trufa amarga lleva 100 gr de cacao, 20 gr de nata y 15 gr de azúcar y se vende a 1’3 euros la unidad.
En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10’5 kg de azúcar. Sabiendo que vende todo lo que se elabora, calcule cuántas trufas de cada tipo deben elaborarse ese día, para maximizar los ingresos y determine dichos ingresos.
SOCIALES II. 2004 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

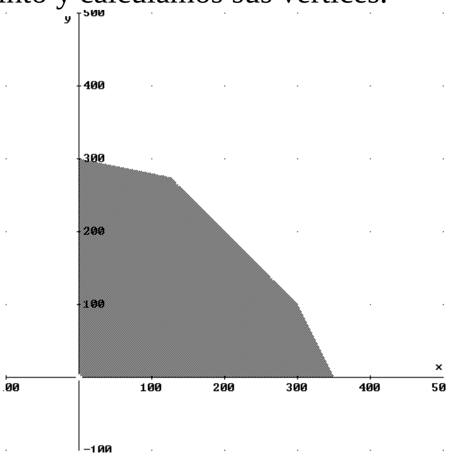
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a hacer un cuadro con los datos del problema. Llamamos x al número de trufas dulces e y al número de trufas amargas.

	Cacao	Nata	Azúcar	Precio
Trufa dulce = x	20 gr	20 gr	30 gr	1 €
Trufa amarga = y	100 gr	20 gr	15 gr	1’3 €
TOTAL	30.000 gr	8.000 gr	10.500 gr	

Del cuadro, deducimos que el sistema de inecuaciones es:
$$\left.\begin{array}{r} 20x+100y \leq 30.000 \\ 20x+20y \leq 8.000 \\ 30x+15y \leq 10.500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+5y \leq 1.500 \\ x+y \leq 400 \\ 2x+y \leq 700 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=x+1'3y$.
A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: A = (0,0) ; B = (350, 0); C = (300, 100); D = (125, 275);
E = (0, 300)
Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=x+1'3y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,0)=0$$
$$F(B)=F(350,0)=350$$
$$F(C)=F(300,100)=430$$
$$F(D)=F(125,275)=482'5$$
$$F(E)=F(0,300)=390$$

Luego vemos que el máximo corresponde a 125 trufas dulces y 275 trufas amargas y los ingresos ascienden a 482’5 €.