

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 2, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 2, Opción B

Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

a) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

b) $g(x) = (1 - x^3) \cos x$

c) $h(x) = 4x^3 - 5x + \frac{1}{e^x}$

SOCIALES II. 2001. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$

b) $g'(x) = -3x^2 \cos x - (1 - x^3) \operatorname{sen} x$

c) $h'(x) = 12x^2 - 5 - \frac{1}{e^x}$

Un agricultor comprueba que si el precio al que vende cada caja de fresas es “ x ” euros, su beneficio diario, en euros, será: $B(x) = -10x^2 + 100x - 210$.

a) Represente la función precio-beneficio.

b) Indique a qué precio debe vender cada caja de fresas para obtener el máximo beneficio.

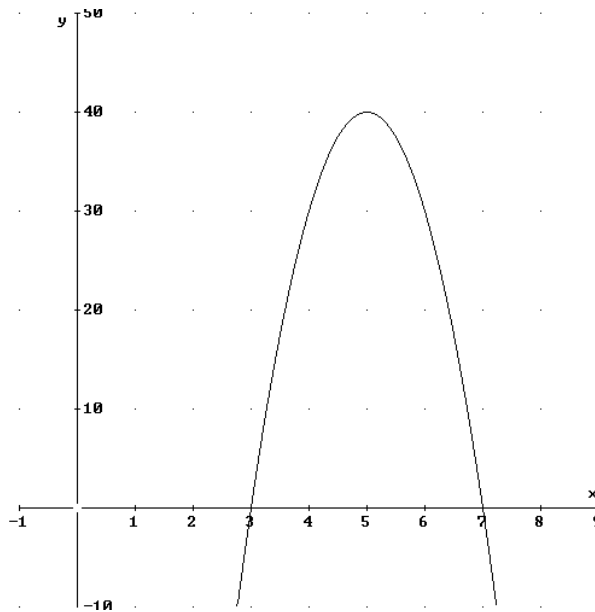
¿Cuál será ese beneficio máximo?

c) Determine a qué precios de la caja obtiene pérdidas el agricultor.

SOCIALES II. 2001 RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

a)



b) $x = 5\text{€}$; $y = 40\text{€}$.

c) $x < 3$ y $x > 7$.

El consumo de luz (en miles de pesetas) de una vivienda, en función del tiempo transcurrido, nos viene dado por la expresión: $f(t) = -\frac{1}{5}t^2 + 2t + 10 \quad 0 \leq t \leq 12$

a) ¿En qué periodo de tiempo aumenta el consumo? ¿En cuál disminuye?

b) ¿En qué instante se produce el consumo máximo? ¿Y el mínimo?

c) Represente gráficamente la función.

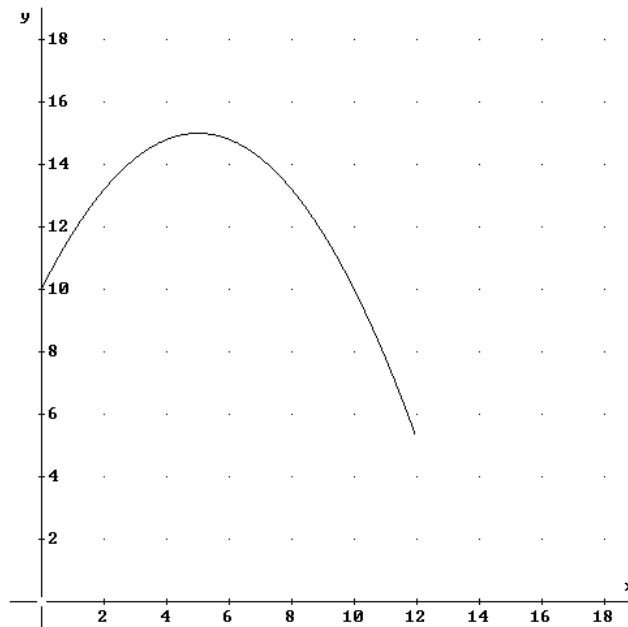
SOCIALES II. 2001 RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

a) Aumenta (0,5); Disminuye (5,12).

b) $t = 4$; $t = 12$.

c)



Determine los valores que han de tomar “a” y “b” para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + b & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + 6x - 7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea derivable.

SOCIALES II. 2001. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Para que sea derivable, primero debe ser continua.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} 4x + b = 4 + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} ax^2 + 6x - 7 = a - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 + b = a - 1$$

Calculamos la función derivada: $f'(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < 1 \\ 2ax + 6 & \text{si } x > 1 \end{cases}$:

$$\left. \begin{array}{l} f'(1^-) = 4 \\ f'(1^+) = 2a + 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 = 2a + 6$$

Resolviendo el sistema, sale que: $a = -1$; $b = -6$

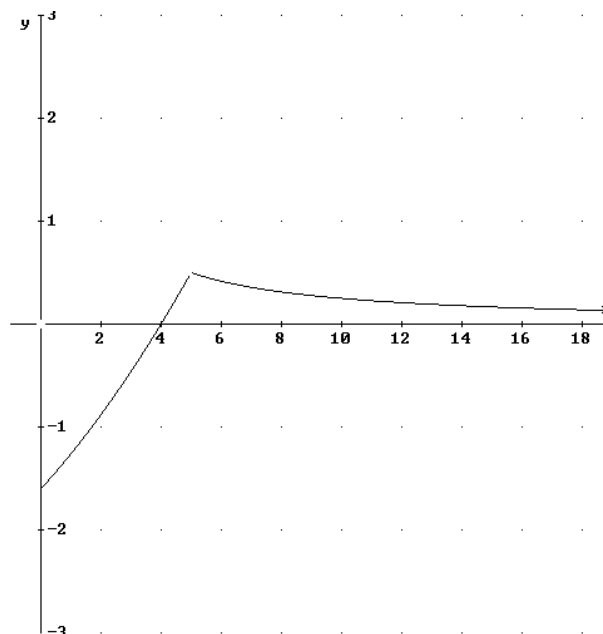
El estudio de la rentabilidad de una empresa revela que una inversión de x millones de pesetas produce una ganancia de $f(x)$ millones de pts, siendo:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{50} + \frac{8x}{25} - \frac{8}{5} & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ \frac{5}{2x} & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

- a) Represente la función $f(x)$.
 b) Halle la inversión que produce máxima ganancia.
 c) Halle el valor de la inversión que produce ganancia nula.
 d) Razone lo que ocurre con la rentabilidad si la inversión se incrementa indefinidamente.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)



- b) La inversión que produce máxima ganancia es $x = 5$.
 c) La inversión que produce ganancia nula es $x = 4$.
 d) Que tiende a cero.

Dada la función: $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & \text{si } x \leq -2 \\ a & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Calcule el valor de “a” para que f sea continua en $x = 2$.

b) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f cuando $a = 2$.

c) Dibuje la gráfica de la función que se obtiene cuando $a = 2$.

SOCIALES II. 2001. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} a = a \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 2$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} 2x^2 - 2 = 6 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} 2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} \Rightarrow \text{No es continua en } x = -2$$

Luego, la función es continua en $\mathbb{R} - \{-2\}$

Vamos a estudiar si la función $f(x)$ es derivable en $x = -2$ y $x = 2$.

Calculamos la función derivada: $f'(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } x < -2 \\ 0 & \text{si } -2 < x < 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

No es derivable en $x = -2$, por no ser continua.

$$\left. \begin{array}{l} f'(2^-) = 0 \\ f'(2^+) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(2^-) \neq f'(2^+) \Rightarrow \text{No es derivable en } x = 2$$

Luego la función es derivable en $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

c)

