PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2018

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio 2, Opción A
- Junio, Ejercicio 2, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 2, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 2, Opción B

La función de costes de una empresa se puede determinar mediante la expresión $f(x) = 40 - 6x + x^2$, para $x \geq 0$ donde “x” representa la cantidad producida de un determinado artículo. a) ¿Disminuye el coste alguna vez? Determine la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo y cuál es dicho coste. b) ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo? Si el coste fuese 80, ¿Cuántas serían las unidades producidas? c) Represente gráficamente la función.
SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 2 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero.

$$f'(x) = -6 + 2x = 0 \Rightarrow x = 3$$

	$(0,3)$	$(3,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$
Función	D	C

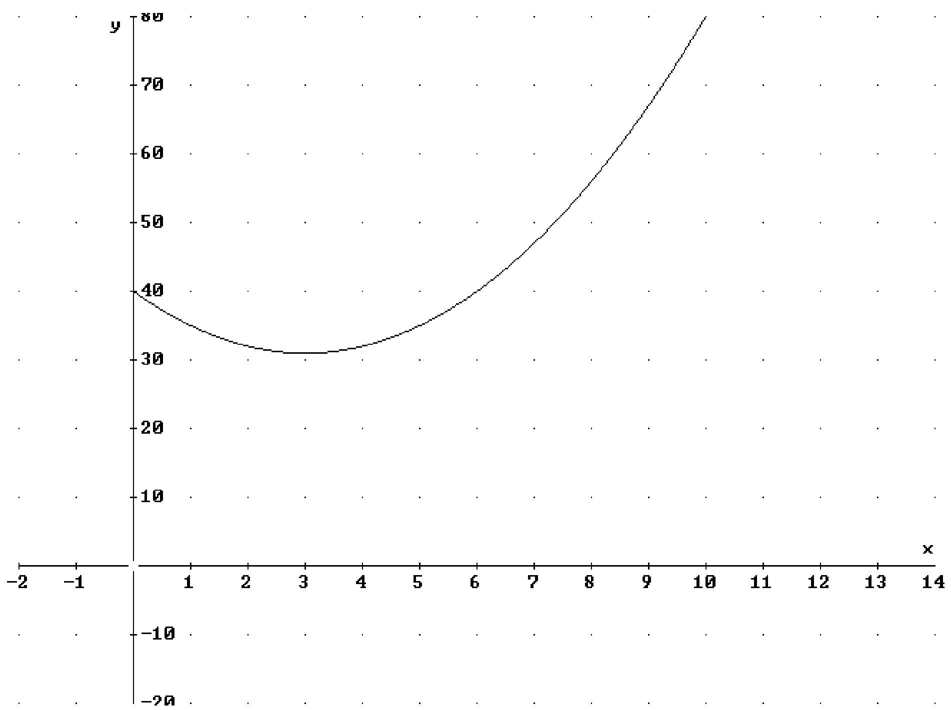
El coste disminuye de $(0,3)$. Para $x = 3$ el coste es mínimo y vale $f(3) = 31$

b) Calculamos $f(0) = 40$.

Calculamos $f(x) = 80 \Rightarrow 40 - 6x + x^2 = 80 \Rightarrow x^2 - 6x - 40 = 0 \Rightarrow x = 10$

Luego, se producen 10 artículos, si el coste es 80.

c) Representamos la función



Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^3+ax^2 & si \quad x<1 \\ bx+\dfrac{2}{x} & si \quad x\geq 1\end{cases}$

a) Calcule los valores de "*a*" y "*b*" para que la función sea continua y derivable en $x=1$.
b) Para $b=3$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x=2$.
SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 2 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La función x^3+ax^2 es continua y derivable para $x<1$; la función $bx+\dfrac{2}{x}$ es, también, continua y derivable para $x\geq 1$. Vamos a calcular los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua y derivable en $x=1$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-}(x^3+ax^2)=1+a \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(bx+\dfrac{2}{x}\right)=b+2 \end{array}\right\} \Rightarrow f(1)=\lim_{x\to 1} f(x)\Rightarrow 1+a=b+2\Rightarrow a-b=1$$

Calculamos la función derivada: $f'(t)=\begin{cases} 3x^2+2ax & si \quad x<1 \\ b-\dfrac{2}{x^2} & si \quad x\geq 1\end{cases}$ y como es derivable:

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=3+2a \\ f'(1^+)=b-2 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1^-)=f'(1^+)\Rightarrow 3+2a=b-2\Rightarrow 2a-b=-5$$

Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} a-b=1 \\ 2a-b=-5 \end{array}\right\} \Rightarrow a=-6 \ ; \ b=-7$$

b) Calculamos la tangente: $y-f(2)=f'(x)\cdot(x-2)$

$$f(2)=3\cdot 2+\frac{2}{2}=7$$

$$f'(x)=3-\frac{2}{x^2}\Rightarrow f'(2)=3-\frac{2}{2^2}=\frac{5}{2}$$

Sustituyendo, tenemos que: $y-7=\dfrac{5}{2}\cdot(x-2)\Rightarrow 5x-2y+4=0$

La velocidad que lleva un móvil, en función del tiempo *t*, viene dado por la siguiente función:

$$v(t)=\begin{cases} 7t^2 & si \quad 0\le t<1 \\ 2t+a & si \quad 1\le t\le 5 \\ -t^2+12t+b & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$$

a) Determine *a* y *b* para que la función sea continua en los instantes $t=1$ y $t=5$.

b) Para $a=5$ y $b=-20$, estudie la derivabilidad en los instantes $t=1$ y $t=5$. ¿En qué momento el móvil alcanza la velocidad máxima?.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos *a* y *b* para que sea continua en $t=1$ y $t=5$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{t\to 1^-}(7t^2)=7 \\ \lim_{t\to 1^+}(2t+a)=2+a \end{array}\right\} \Rightarrow 7=2+a \Rightarrow a=5$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{t\to 5^-}(2t+a)=15 \\ \lim_{t\to 5^+}(-t^2+12t+b)=35+b \end{array}\right\} \Rightarrow 15=35+b \Rightarrow b=-20$$

b) La función que tenemos es: $v(t)=\begin{cases} 7t^2 & si \quad 0\le t<1 \\ 2t+5 & si \quad 1\le t\le 5 \\ -t^2+12t-20 & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$

Calculamos la función derivada: $v'(t)=\begin{cases} 14t & si \quad 0\le t<1 \\ 2 & si \quad 1<t<5 \\ -2t+12 & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$

Estudiamos la derivabilidad en $t=1$:

$$\left.\begin{array}{l} v'(1^-)=14 \\ v'(1^+)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow v'(1^-)\ne v'(1^+) \Rightarrow \text{ No es derivable en } t=1$$

Estudiamos la derivabilidad en $t=5$:

$$\left.\begin{array}{l} v'(5^-)=2 \\ v'(5^+)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow v'(5^-)=v'(5^+)=2 \Rightarrow \text{ Es derivable en } t=5$$

Igualamos la derivada a cero: $-2t+12=0 \Rightarrow t=6$

El máximo absoluto estará en los extremos del intervalo, $t=0$ y $t=10$, o donde no es continua, $t=1$, o donde se anula la derivada, $t=6$.

$v(t=0)=0$

$v(t=10)=0$

$v(t=1)=7$

$v(t=6)=16$

Luego, la velocidad máxima se alcanza para $t=6$ y vale 16

Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+1}{1-2x} & si \quad x<0 \\ x^2-x-a & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

a) Obtenga el valor de *a* para que la función sea continua en $x=0$. Para ese valor de *a*, ¿sería derivable en $x=0$?.

b) Para $a=2$, estudie su monotonía y extremos relativos.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos *a* para que sea continua en $x=0$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{2x+1}{1-2x}\right)=1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+}(x^2-x-a)=-a \end{array}\right\} \Rightarrow a=-1$$

La función que tenemos es: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+1}{1-2x} & si \quad x<0 \\ x^2-x+1 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{4}{(1-2x)^2} & si \quad x<0 \\ 2x-1 & si \quad x>0 \end{cases}$

Estudiamos la derivabilidad en $x=0$:

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^-)=4 \\ f'(0^+)=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(0^-)\neq f'(0^+) \Rightarrow \text{ No es derivable en } x=0$$

b)

Igualamos la derivada a cero: $2x-1=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$

	$(-\infty,0)$	$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$	$\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$
Signo $v'(t)$	+	−	+
Función	C	D	C

La función es creciente en $(-\infty,0)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ y decreciente en $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$

Tiene un mínimo relativo en $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}\right)$ y un máximo (pico) en $(0,1)$, donde la función no es derivable