

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

En una primera bolsa se han colocado 4 bolas blancas y 3 negras, y en una segunda bolsa 3 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la primera y, sin verla, se introduce en la segunda. A continuación se saca una bola de la segunda. Halle la probabilidad de que:

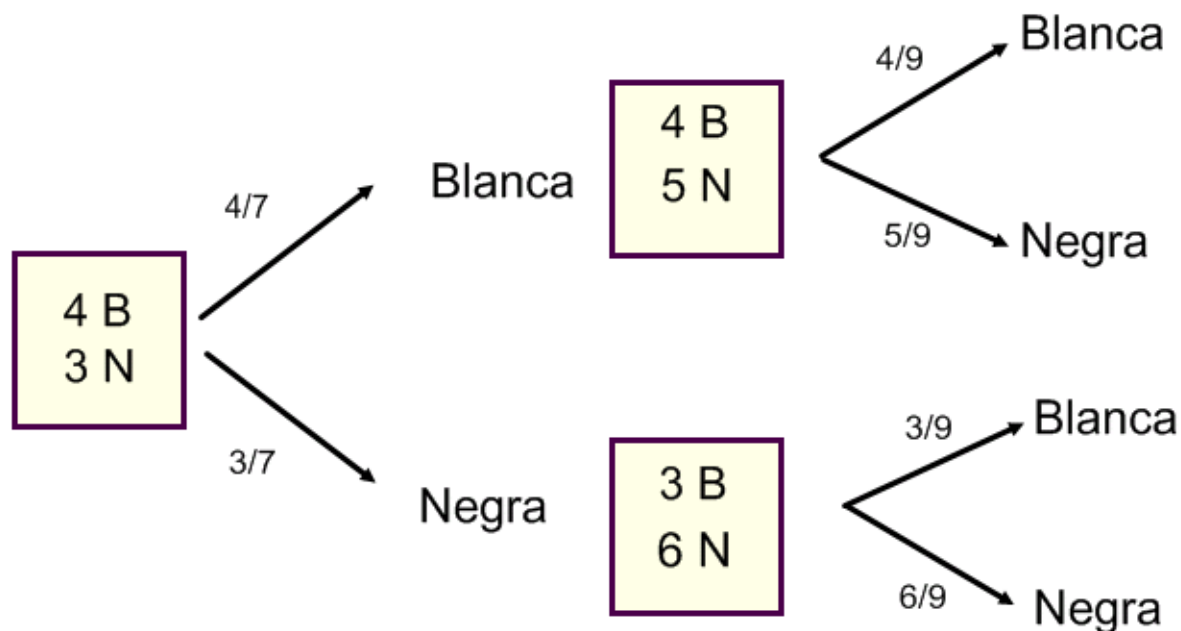
a) La bola extraída de la segunda bolsa sea negra.

b) La bola extraída de la primera bolsa sea negra, si sabemos que la bola extraída de la segunda ha sido blanca.

SOCIALES II. 2011. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(N) = \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{7} \cdot \frac{6}{9} = \frac{20}{63} + \frac{18}{63} = \frac{38}{63}$$

$$b) p(N/B) = \frac{\frac{3}{9} \cdot \frac{3}{7}}{1 - \frac{38}{63}} = \frac{\frac{9}{63}}{\frac{25}{63}} = \frac{9}{25}$$

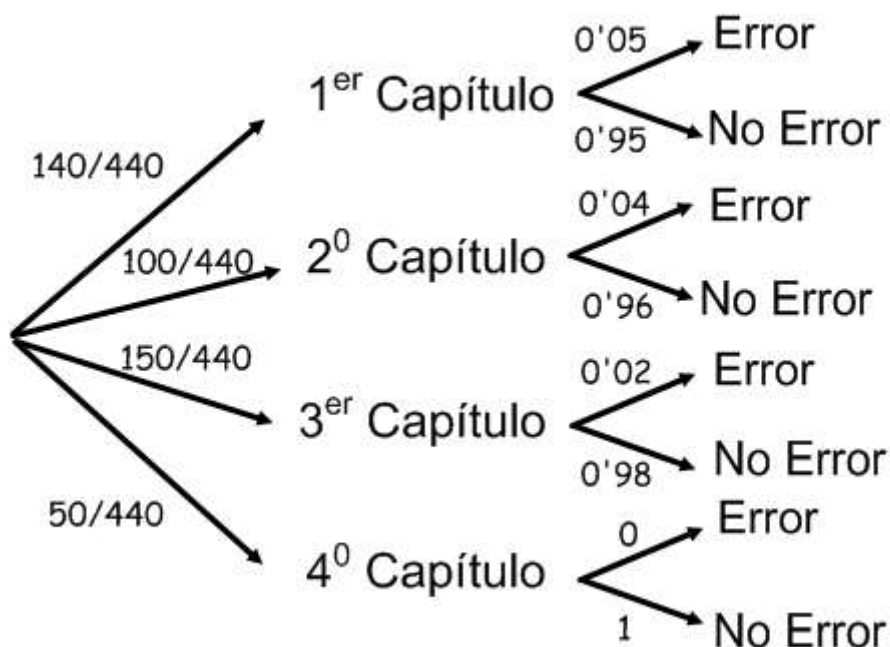
Un libro tiene cuatro capítulos. El primer capítulo tiene 140 páginas, el segundo 100, el tercero 150 y el cuarto 50. El 5% de las páginas del primer capítulo, el 4% del segundo y el 2% del tercero tienen algún error. Las páginas del cuarto capítulo no tienen errores.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, tenga algún error?
 b) Supongamos que elegimos una página al azar y observamos que no tiene ningún error, ¿cuál es la probabilidad de que sea del segundo capítulo?.

SOCIALES II. 2011. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(E) = \frac{140}{440} \cdot 0'05 + \frac{100}{440} \cdot 0'04 + \frac{150}{440} \cdot 0'02 = \frac{7}{440} + \frac{1}{110} + \frac{3}{440} = \frac{7}{220}$$

$$b) p(2^{\circ} / \bar{E}) = \frac{\frac{100}{440} \cdot 0'96}{1 - \frac{7}{220}} = \frac{\frac{12}{55}}{\frac{213}{220}} = \frac{16}{71}$$

Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0.7 y la de que se apruebe la parte práctica es 0.75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

a) Calcula la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.

b) Calcule la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.

c) ¿Son independientes los sucesos “aprobar parte teórica” y “aprobar parte práctica”?

SOCIALES II. 2011. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$a) p(T \cup P) = p(T) + p(P) - p(T \cap P) = 0.7 + 0.75 - 0.5 = 0.95$$

$$b) p(P/\bar{T}) = \frac{p(P \cap \bar{T})}{p(\bar{T})} = \frac{p(P) - p(P \cap T)}{p(\bar{T})} = \frac{0.75 - 0.5}{0.3} = \frac{5}{6} = 0.833$$

c) Los sucesos son independientes si se cumple: $p(T \cap P) = p(T) \cdot p(P)$

$$\left. \begin{array}{l} p(T \cap P) = 0.5 \\ p(T) \cdot p(P) = 0.75 \cdot 0.7 = 0.525 \end{array} \right\} \Rightarrow p(T \cap P) \neq p(T) \cdot p(P) \Rightarrow \text{Son dependientes}$$

Pedro vive en una ciudad donde el 40% de los días del año hay riesgo de lluvia y el resto no lo hay. Cuando hay riesgo de lluvia, Pedro coge el paraguas un 98% de las veces y cuando no lo hay, un 5% de las veces. Si se selecciona un día del año al azar,

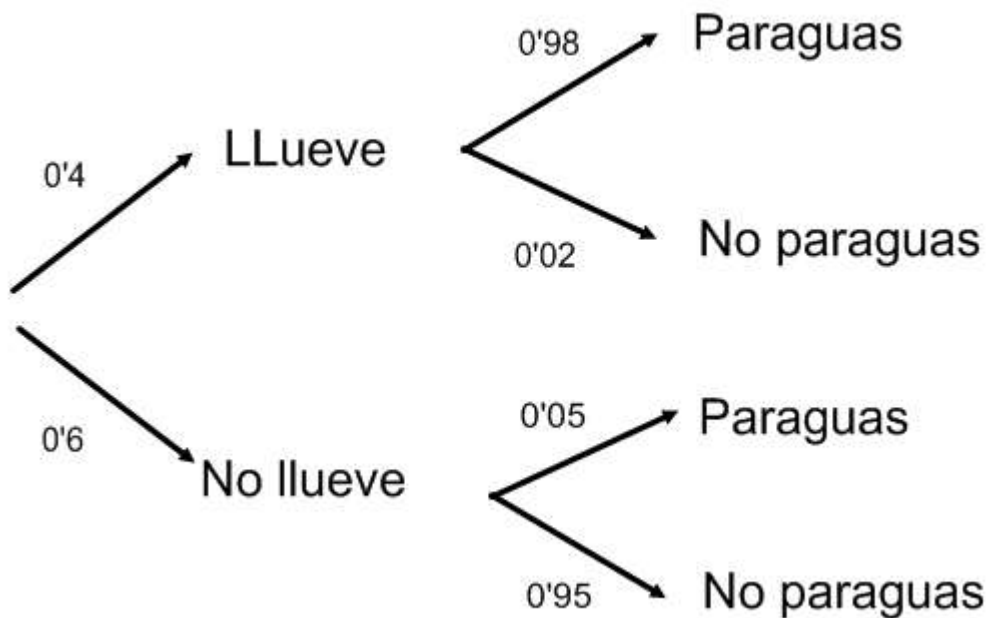
a) ¿Cuál es la probabilidad de que Pedro no haya cogido el paraguas?.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que exista riesgo de lluvia, si sabemos que ese día Pedro ha cogido el paraguas?.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{no paraguas}) = 0'4 \cdot 0'02 + 0'6 \cdot 0'95 = 0'578$$

$$b) p(\text{llueve} / \text{paraguas}) = \frac{p(\text{LLueve} \cap \text{paraguas})}{p(\text{Paraguas})} = \frac{0'4 \cdot 0'98}{0'4 \cdot 0'98 + 0'6 \cdot 0'05} = \frac{0'392}{0,422} = 0'928$$

Sean los sucesos, A y B , tales que $p(A) = 0.5$, $p(B) = 0.4$ y $p(A/B) = 0.5$

- a) Halle la probabilidad de que se verifique alguno de los dos sucesos.
b) Calcule la probabilidad de que no se verifique B si se ha verificado A .
c) ¿Son independientes los sucesos A y B ? Razone la respuesta.
SOCIALES II. 2011. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos $p(A \cap B)$

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A/B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2$$

Calculamos lo que nos piden: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.2 = 0.7$

b)

$$p(\bar{B}/A) = \frac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0.5 - 0.2}{0.5} = \frac{3}{5}$$

c) Los sucesos son independientes si se cumple: $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0.2 \\ p(A) \cdot p(B) = 0.5 \cdot 0.4 = 0.2 \end{array} \right\} \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Son independientes}$$

Una compañía aseguradora realiza operaciones de seguros médicos y de seguros de vida. El 20% de las operaciones corresponde a seguros médicos y el resto a seguros de vida. El porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos es del 10% en los seguros médicos y del 15% en seguros de vida.

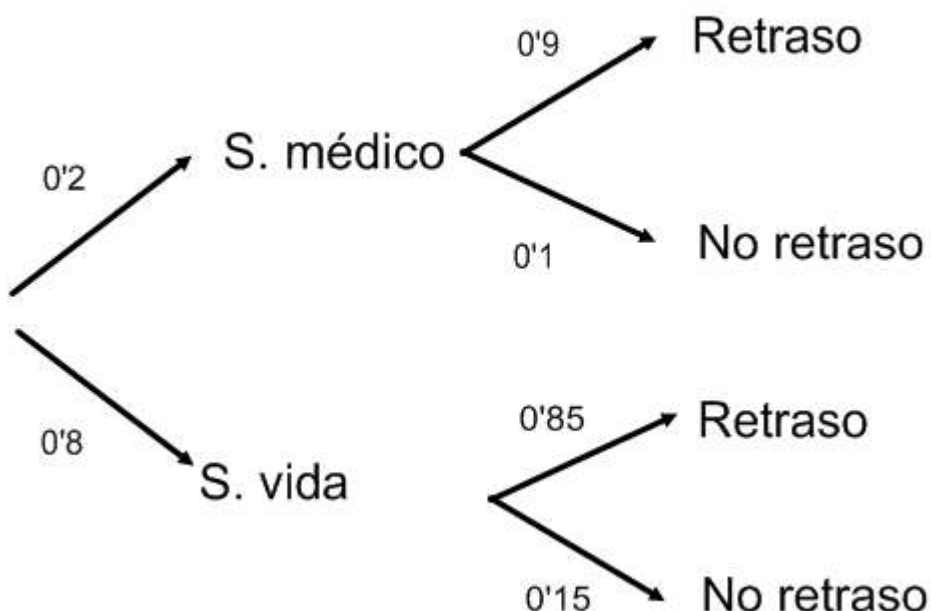
a) Halle el porcentaje de operaciones en las que no se producen retrasos en los pagos.

b) De las operaciones que han sufrido retrasos en los pagos, ¿qué porcentaje corresponde a los seguros de vida?

SOCIALES II. 2011. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{No retraso}) = 0'2 \cdot 0'1 + 0'8 \cdot 0'15 = 0'14 = 14\%$$

$$b) p(V/R) = \frac{0'8 \cdot 0'85}{0'2 \cdot 0'9 + 0'8 \cdot 0'85} = \frac{0'68}{0'86} = 0'79 = 79\%$$

Un jugador lanza a la vez un dado y una moneda

a) Construya el espacio muestral de este experimento aleatorio.

b) Determine la probabilidad del suceso A: “El jugador obtiene un número par en el dado y cruz en la moneda”.

c) Si sabemos que en la moneda ha salido cara, ¿cuál es la probabilidad de que en el dado haya salido más de 3 puntos?.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El espacio muestral es: $E = \{1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 1X, 2X, 3X, 4X, 5X, 6X\}$

$$b) p(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{12} = 0'25$$

$$c) p = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{6} = 0'5$$

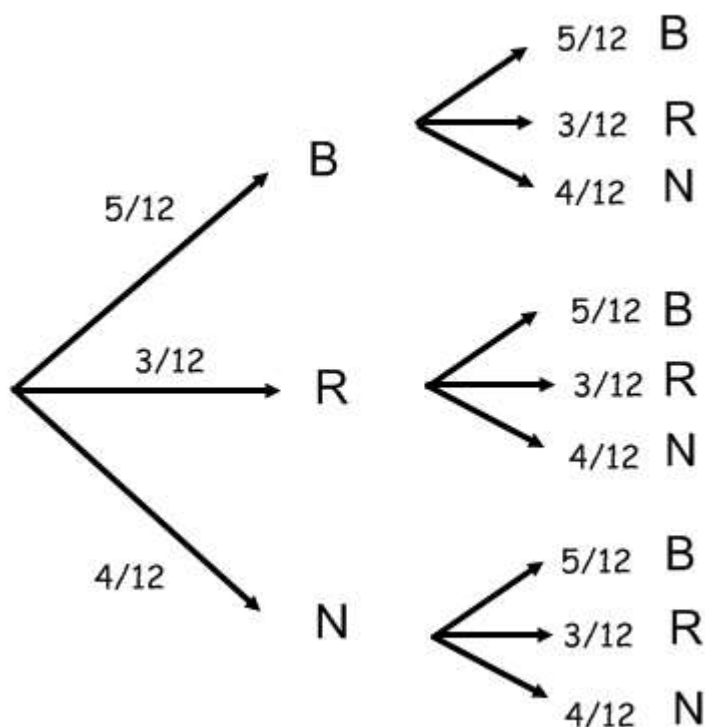
Una bolsa contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 4 negras. Ana y Manolo practican el siguiente juego: Ana saca una bola, anota su color y la devuelve a la bolsa, a continuación Manolo extrae una bola y anota su color. Si las dos bolas extraídas tienen el mismo color gana Ana, si sólo hay una bola blanca gana Manolo, y en otro caso hay empate.

- Calcule la probabilidad de que gane Ana.
- Calcule la probabilidad de que gane Manolo.
- Calcule la probabilidad de que haya empate.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{gana Ana}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{5}{12} + \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} + \frac{4}{12} \cdot \frac{4}{12} = \frac{50}{144} = \frac{25}{72}$$

$$b) p(\text{gana Manolo}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{12} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \cdot \frac{5}{12} + \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{70}{144} = \frac{35}{72}$$

$$c) p(\text{Empate}) = 1 - \frac{25}{72} - \frac{35}{72} = 1 - \frac{60}{72} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

En una ciudad, el 55% de la población consume aceite de oliva, el 30% de girasol, y el 20% ambos tipos de aceite. Se escoge una persona al azar:

a) Si consume aceite de oliva, ¿cuál es la probabilidad de que consuma también aceite de girasol?.

b) Si consume aceite de girasol, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma aceite de oliva?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma ninguno de los dos tipos de aceite?

SOCIALES II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Los datos del problema son: $p(O) = 0'55$; $p(G) = 0'3$; $p(O \cap G) = 0'2$

Calculamos: $p(O \cup G) = p(O) + p(G) - p(O \cap G) = 0'55 + 0'3 - 0'2 = 0'65$

$$a) p(G/O) = \frac{p(G \cap O)}{p(O)} = \frac{0'2}{0'55} = \frac{4}{11} = 0'3636$$

$$b) p(\bar{O}/G) = \frac{p(G \cap \bar{O})}{p(G)} = \frac{p(G) - p(G \cap O)}{0'3} = \frac{0'3 - 0'2}{0'3} = \frac{0'1}{0'3} = \frac{1}{3} = 0'333$$

$$c) \text{Aplicamos las leyes de Morgan: } p(\bar{O} \cap \bar{G}) = p(\overline{O \cup G}) = 1 - p(O \cup G) = 1 - 0'65 = 0'35$$

El 30% de los aparatos que llegan a un servicio técnico para ser reparados están en garantía. De los que no están en garantía, el 20% ya fueron reparados en otra ocasión y de los que sí lo están, solamente un 5% fueron reparados anteriormente. Se elige un aparato al azar en el servicio técnico:

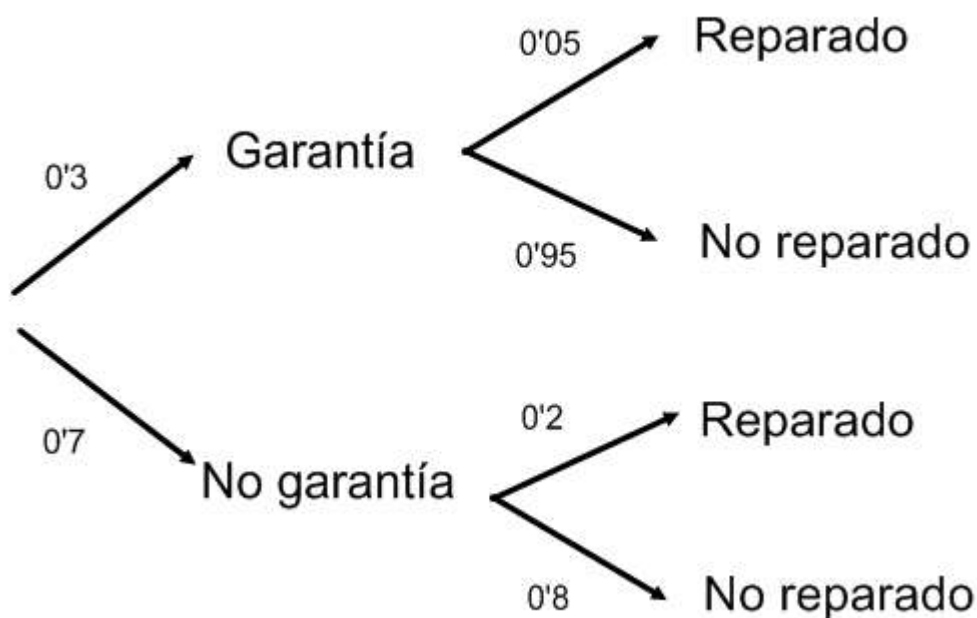
a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido reparado en otra ocasión?

b) Si es la primera vez que ha llegado al servicio técnico, ¿cuál es la probabilidad de que esté en garantía?

SOCIALES II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol:



$$a) p(\text{reparado}) = 0'3 \cdot 0'05 + 0'7 \cdot 0'2 = 0'155$$

$$b) p(\text{Garantía} / \text{No reparado}) = \frac{0'3 \cdot 0'95}{0'3 \cdot 0'95 + 0'7 \cdot 0'8} = \frac{0'285}{0'845} = \frac{57}{169} = 0'3372$$

En un sistema de alarma, la probabilidad de que haya un incidente es 0.1. Si éste se produce, la probabilidad de que la alarma suene es 0.95. La probabilidad de que suene la alarma sin que haya incidente es de 0.03.

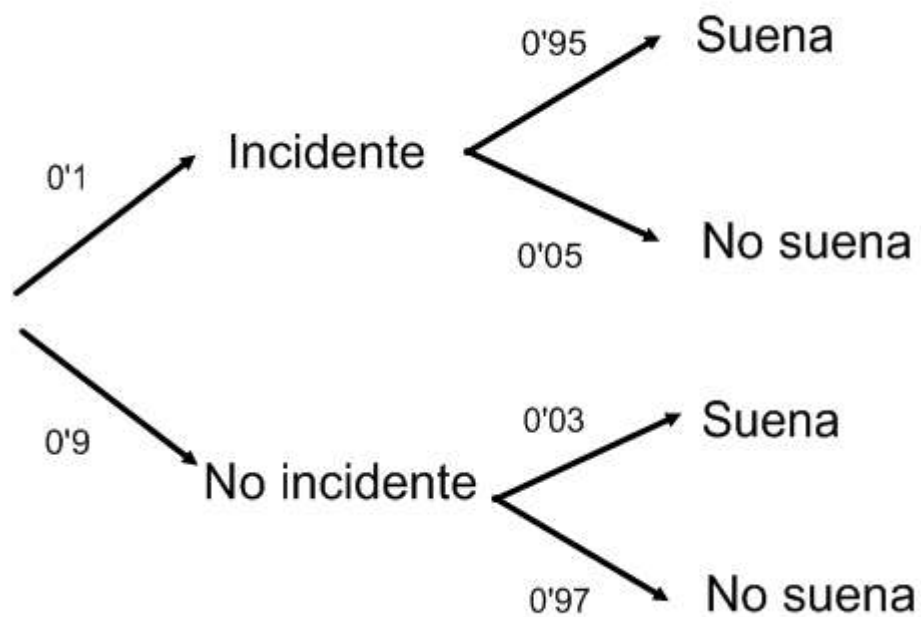
a) ¿Cuál es la probabilidad de que suene la alarma?

b) Si ha sonado la alarma, calcule la probabilidad de que no haya habido incidente.

SOCIALES II. 2011. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(\text{Suena}) = 0,1 \cdot 0,95 + 0,9 \cdot 0,03 = 0,122$

b) $p(\text{No incidente} / \text{Suena}) = \frac{0,9 \cdot 0,03}{0,122} = 0,2213$

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que: $p(A) = 0.4$; $p(B) = 0.5$; $p(A \cap B) = 0.2$

a) Calcule las siguientes probabilidades $p(A \cup B)$, $p(A/B)$ y $p(B/A^c)$

b) Razone si A y B son sucesos incompatibles.

c) Razone si A y B son independientes.

SOCIALES II. 2011. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7$

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

$$p(B/A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(A^c)} = \frac{0,5 - 0,2}{0,6} = 0,5$$

b) No son incompatibles ya que $p(A \cap B) = 0,2 \neq 0$

c) Son independientes, ya que: $p(A \cap B) = 0,2 = p(A) \cdot p(B) = 0,5 \cdot 0,4$