

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

De los 700 alumnos matriculados en una asignatura, 210 son hombres y 490 mujeres. Se sabe que el 60% de los hombres y el 70% de las mujeres aprueban dicha asignatura. Se elige una persona al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la asignatura?

b) Sabiendo que ha aprobado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

SOCIALES II. 2015. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla con los datos del problema y la completamos.

	Hombres	Mujeres	Total
Aprueban	126	343	469
Suspenden	84	147	231
Total	210	490	700

$$a) p(\text{aprobar}) = \frac{469}{700} = 0'67$$

$$b) p(\text{mujer} / \text{aprobar}) = \frac{343}{469} = 0'7313$$

La proporción de personas de una población que tiene una determinada enfermedad es de 1 por cada 500 personas. Se dispone de una prueba para detectar dicha enfermedad. La prueba detecta la enfermedad en el 90% de los casos en que la persona está enferma, pero también da como enfermas al 5% de las personas sanas.

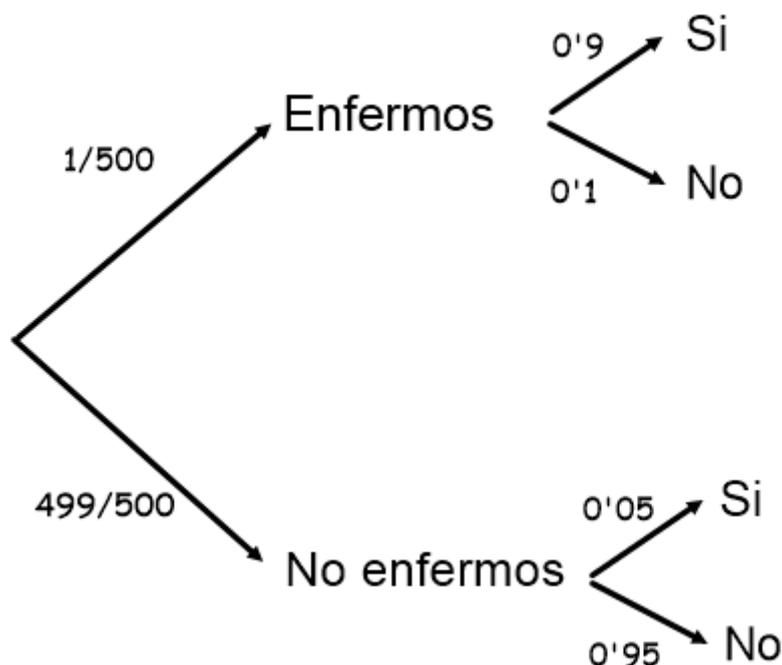
a) se elige al azar una persona y se le hace la prueba, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido diagnosticada correctamente?

b) Si la prueba ha diagnosticado que la persona está enferma, ¿cuál es la probabilidad de que realmente lo esté?. ¿Y de que está sana?.

SOCIALES II. 2015. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(\text{diagnostico correcto}) = \frac{1}{500} \cdot 0'9 + \frac{499}{500} \cdot 0'95 = 0'9499$$

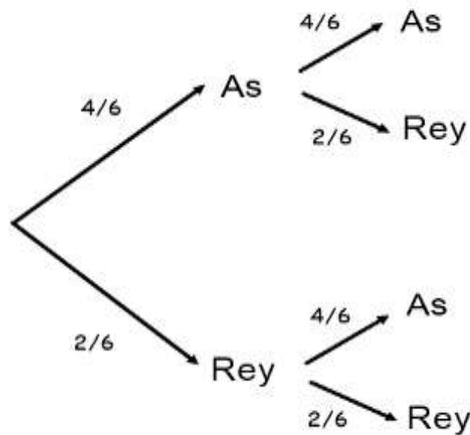
$$b) p(\text{realmente enfermo} / \text{enferma}) = \frac{\frac{1}{500} \cdot 0'9}{\frac{1}{500} \cdot 0'9 + \frac{499}{500} \cdot 0'05} = 0'0348$$

$$p(\text{sano} / \text{enferma}) = \frac{\frac{499}{500} \cdot 0'05}{\frac{1}{500} \cdot 0'9 + \frac{499}{500} \cdot 0'05} = 0'9651$$

a) Un ilusionista tiene seis cartas: cuatro ases y dos reyes. Saca una carta, la enseña al público y, sin verla, la vuelve a mezclar con las demás. A continuación saca una segunda carta que resulta ser un as. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta haya sido también un as?
b) Si el ilusionista no devolviera la primera carta a la baraja y la segunda carta extraída fuera un as, ¿cuál es la probabilidad de que la primera carta haya sido también un as?
SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 3. OPCION A

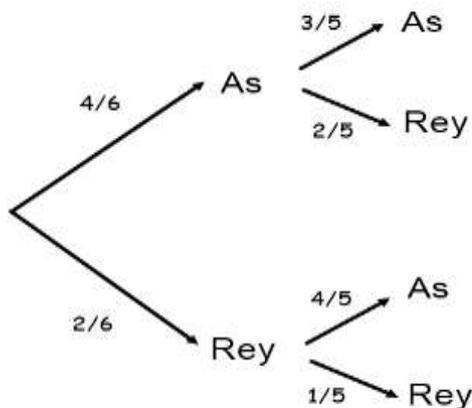
R E S O L U C I Ó N

a) Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$p = \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6}}{\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6}} = \frac{\frac{16}{36}}{\frac{24}{36}} = \frac{2}{3}$$

b) Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$p = \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{\frac{12}{30}}{\frac{20}{30}} = \frac{3}{5}$$

El 30% de los habitantes de una ciudad lee el diario A, el 13% el diario B, y el 6% ambos diarios.

a) ¿Qué porcentaje de habitantes de esta ciudad no lee ninguno de los diarios?

b) Si se elige al azar un habitante de esta ciudad de entre los no lectores del diario B, ¿cuál es la probabilidad de que lea el diario A?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(A) = 0'3$; $p(B) = 0'13$; $p(A \cap B) = 0'06$

a) Calculamos $p(A \cup B)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0'3 + 0'13 - 0'06 = 0'37$$

Nos piden calcular $p(\overline{A \cap B})$. Aplicamos las leyes de Morgan

$$p(\overline{A \cap B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'37 = 0'63$$

$$b) p(A/\overline{B}) = \frac{p(A \cap \overline{B})}{p(\overline{B})} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)} = \frac{0'3 - 0'06}{1 - 0'13} = \frac{0'24}{0'87} = \frac{8}{29} = 0'2758$$

El 70% de los clientes de un supermercado realizan las compras en el local y el resto de los clientes las realizan por internet. De las compras realizadas en el local, sólo el 30% supera los 100 €, mientras que de las realizadas por internet el 80% supera esa cantidad.

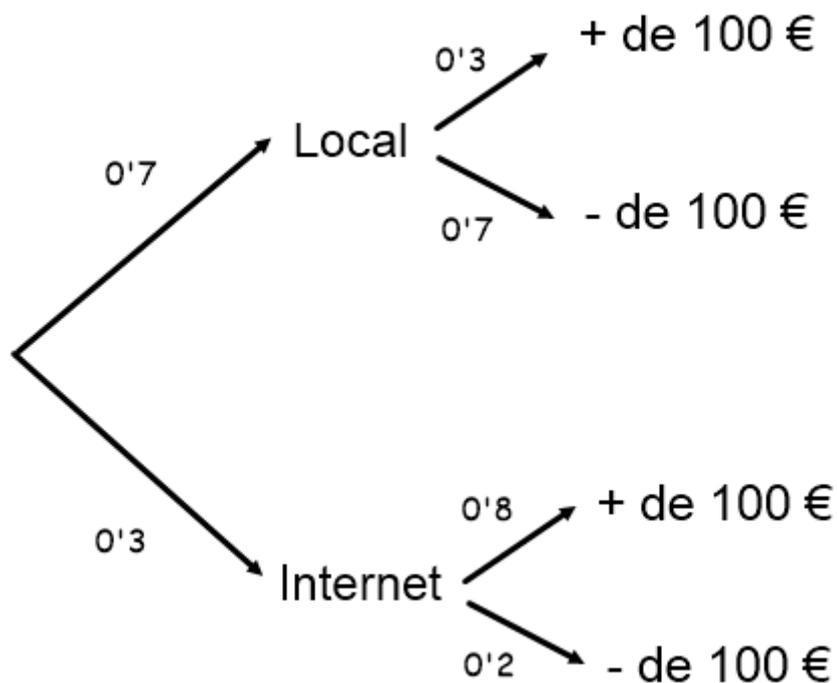
a) Elegida una compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere los 100 €?

b) Si se sabe que una compra supera los 100 €, ¿cuál es la probabilidad de que se haya hecho en el local?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 3. OPCION A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(+100€) = 0'7 \cdot 0'3 + 0'3 \cdot 0'8 = 0'45$

b) $p = \frac{0'7 \cdot 0'3}{0'7 \cdot 0'3 + 0'3 \cdot 0'8} = \frac{7}{15} = 0'4666$

Sean dos sucesos A y B tales que $p(A) = 0.25$, $p(B) = 0.6$, $p(A \cap B^c) = 0.1$

a) Calcule la probabilidad de que ocurra A y ocurra B .

b) Calcule la probabilidad de que no ocurra A pero sí ocurra B .

c) Calcule la probabilidad de que ocurra A sabiendo que ha ocurrido B .

d) ¿Son independientes A y B ?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) - p(A \cap B^c) = 0.25 - 0.1 = 0.15$

b) $p(A^c \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0.6 - 0.15 = 0.45$

c) $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0.15}{0.6} = 0.25$

d)

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0.15 \\ p(A) \cdot p(B) = 0.25 \cdot 0.6 = 0.15 \end{array} \right\} \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Independientes}$$

a) Calcule la probabilidad de que al lanzar dos dados, la suma de sus puntuaciones sea un múltiplo de 4.

b) De un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades

$$p(A^c) = 0.8, p(B^c) = 0.7, p(A \cup B) = 0.5$$

¿Son A y B incompatibles?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 3. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

$$a) p(\text{suma múltiplo de 4}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{9}{36} = 0,25$$

$$b) p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow 0,5 = 0,2 + 0,3 - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = 0$$

Son incompatibles, ya que $p(A \cap B) = 0$

Una empresa dedicada a la producción de jamones ibéricos dispone de dos secaderos, A y B, con distintas condiciones ambientales y de almacenamiento. En el secadero B se curan la tercera parte de los jamones. El 25% de los jamones curados en el secadero A son catalogados como Reserva, mientras que en el B este porcentaje asciende al 80%. Elegido un jamón al azar de uno de los secaderos, calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:

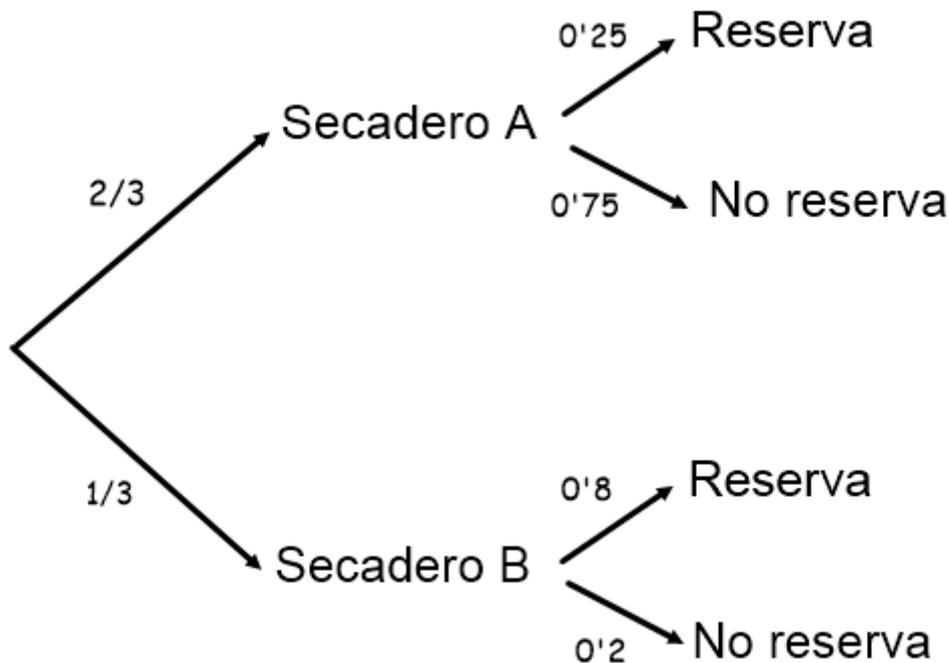
a) El jamón no es de Reserva.

b) Si el jamón es de Reserva, que proceda del secadero A.

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(\text{No reserva}) = \frac{2}{3} \cdot 0'75 + \frac{1}{3} \cdot 0'2 = \frac{17}{30} = 0'5666$$

$$b) p(\text{secadero A/reserva}) = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0'25}{\frac{2}{3} \cdot 0'25 + \frac{1}{3} \cdot 0'8} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{13}{30}} = \frac{5}{13} = 0'3846$$

Un estudio estadístico determina que la noche del 31 de diciembre conduce el 5% de la población, el 20% consume alcohol esa noche y el 2% conduce y consume alcohol.

a) ¿Son independientes los sucesos “conducir” y “consumir alcohol”?

b) ¿Qué porcentaje de la población no conduce ni consume alcohol esa noche?

c) De las personas que consumen alcohol, ¿qué porcentaje conduce esa noche?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 3. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

Si llamamos A al suceso conducir y B al suceso consumir alcohol, los datos del problema son:

$$p(A) = 0'05 ; p(B) = 0'2 ; p(A \cap B) = 0'02$$

a) Si A y B son independientes se tiene que cumplir: $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

$$0'02 \neq 0'05 \cdot 0'2 \Rightarrow \text{No son independientes}$$

b)

$$p(A^c \cap B^c) = p((A \cup B)^c) = 1 - p(A \cup B) = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B) = 1 - 0'05 - 0'2 + 0'02 = 0'77 = 77\%$$

$$c) p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0'02}{0'2} = 0'1 = 10\%$$

Una enfermedad puede estar provocada por solo una de estas tres causas: A, B o C. La probabilidad de que la causa sea A es 0.3, la de que sea B es 0.2 y la de que sea C es 0.5. El tratamiento de esta enfermedad requiere hospitalización en el 20% de los casos si está provocada por A, en el 55% si la causa es B y en el 10% si la causa es C.

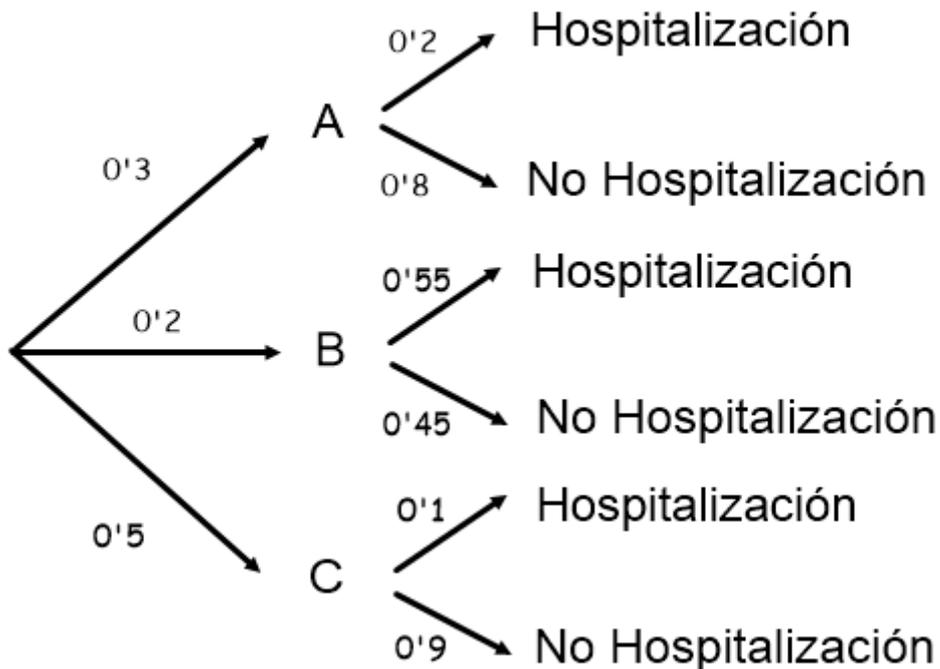
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un enfermo con la citada enfermedad no necesite hospitalización?

b) Si un enfermo está hospitalizado debido a esta enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que la causa haya sido A?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(\text{No hospitalización}) = 0'3 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'45 + 0'5 \cdot 0'9 = 0'78$$

$$b) p(\text{causa A/hospitalizado}) = \frac{0'3 \cdot 0'2}{0'3 \cdot 0'2 + 0'2 \cdot 0'55 + 0'5 \cdot 0'1} = \frac{0'06}{0'22} = 0'2727$$

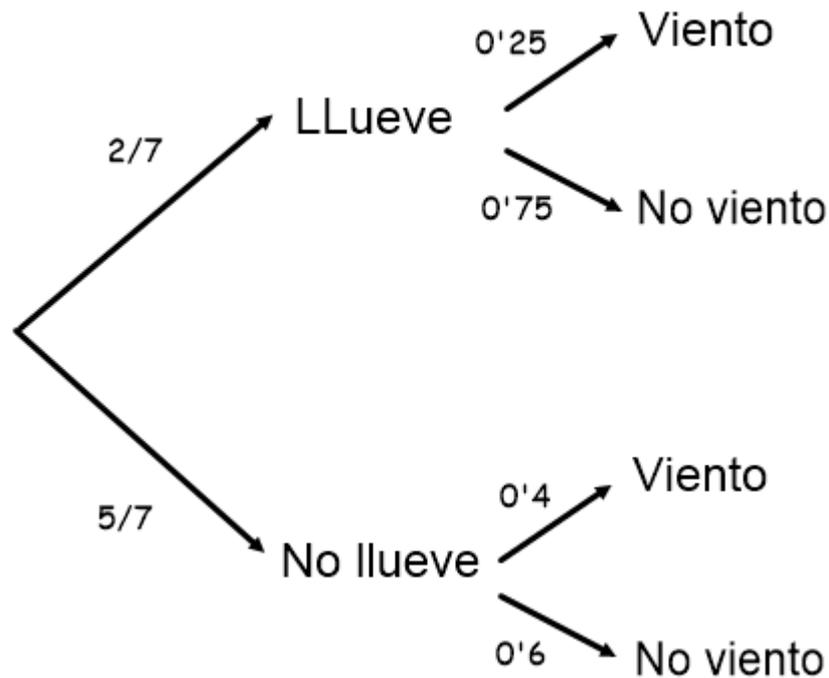
Lucía quiere ir de vacaciones a la costa. En su guía de viajes lee que en esa época del año llueve dos días a la semana y que hace viento el 25% de los días que llueve y el 40% de los días que no llueve. Elegido un día de esa época

- ¿Cuál es la probabilidad de que haga viento?.
- Si hace viento, ¿cuál es la probabilidad de que esté lloviendo?.
- ¿Cuál es la probabilidad de que no llueva y no haga viento?.

SOCIALES II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p = \frac{2}{7} \cdot 0'25 + \frac{5}{7} \cdot 0'4 = \frac{5}{14} = 0'3571$$

$$b) p = \frac{\frac{2}{7} \cdot 0'25}{\frac{2}{7} \cdot 0'25 + \frac{5}{7} \cdot 0'4} = \frac{0'5}{2'5} = 0'2$$

$$c) p = \frac{5}{7} \cdot 0'6 = \frac{3}{7} = 0'4285$$

En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas. En otra urna B hay 4 bolas verdes, 5 rojas y 1 negra. Se lanza un dado, si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A, y si sale mayor o igual que 3 se saca una bola de la urna B.

a) Calcule la probabilidad de que la bola sea verde si ha salido un 4.

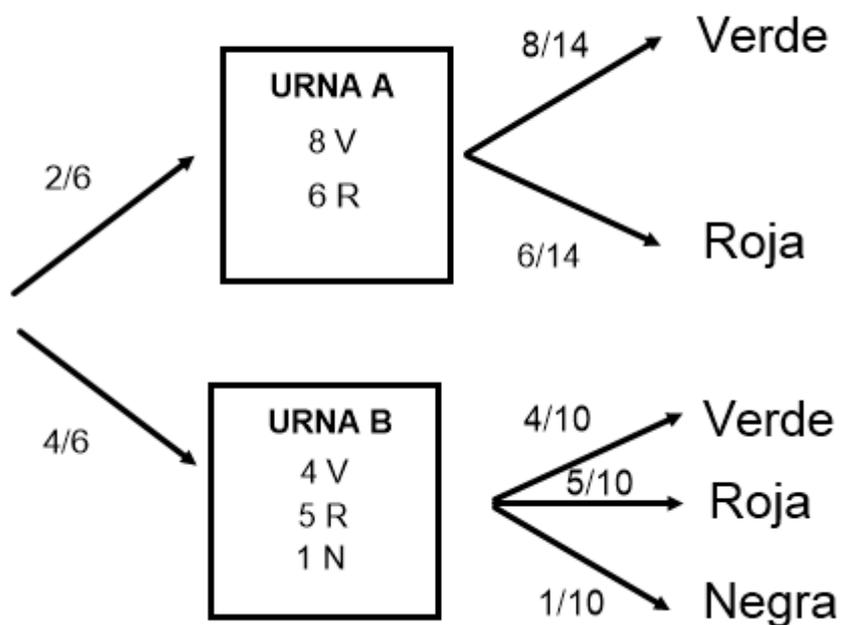
b) Calcule la probabilidad de que la bola elegida sea roja.

c) Sabiendo que ha salido una bola verde, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

SOCIALES II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0'4$$

$$b) p = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{14} + \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{10} = \frac{10}{21} = 0'4761$$

$$c) p = \frac{\frac{2}{6} \cdot \frac{8}{14}}{\frac{2}{6} \cdot \frac{8}{14} + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{10}} = \frac{\frac{4}{16}}{\frac{4}{16} + \frac{4}{35}} = \frac{5}{12} = 0'4166$$