PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2003

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

La longitud de la ballena azul se distribuye según una ley normal con desviación típica 7’5 m. En un estudio estadístico realizado a 25 ejemplares se ha obtenido el intervalo de confianza (21’06,26’94) para la longitud media.
a) Calcule la longitud media de los 25 ejemplares de la muestra.
b) Calcule el nivel de confianza con el que se ha construido dicho intervalo.
SOCIALES II. 2003 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $\mu = \dfrac{21'06 + 26'94}{2} = 24$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 2'94 = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{7'5}{\sqrt{25}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Buscamos en la tabla el valor 1’96 y corresponde a 0’9750, luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9750 \Rightarrow x = 95\%$$

De una población normal, con media desconocida y varianza 81, se extrae una muestra aleatoria que resulta tener una media muestral de 112.
a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para la media poblacional, si el tamaño de la muestra es 49.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra si se desea que el error cometido, al estimar la media poblacional, sea inferior a 2, para un nivel de confianza del 90%?.
SOCIALES II. 2003 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) $\dfrac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

$$I.C.=\left(112\pm 1'96\frac{9}{\sqrt{49}}\right)=\left(112\pm 2'52\right)=(109'48;114'52)$$

b) $\dfrac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=2=1'645\cdot\frac{9}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=54'79\simeq 55$$

Se sabe que la desviación típica del peso de las naranjas que se producen en una determinada huerta es de 20 gramos. Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 naranjas de esa huerta, siendo su peso medio 200 gramos.
a) Indique la distribución aproximada que siguen las medias de las muestras de ese tamaño y justifique su respuesta.
b) Calcule un intervalo de confianza, a un nivel del 95%, para el peso medio de las naranjas de esa huerta.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $N\left(200, \frac{20}{\sqrt{100}}\right) = N(200, 2)$

b) El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 200; \sigma = 20; n = 100$; y como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. = \left(200 - 1'96 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}}, 200 + 1'96 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}}\right) = (196'08 ; 203'92)$$

El tiempo que la población infantil dedica semanalmente a ver la televisión, sigue una ley normal con una desviación típica de 3 horas.
Se ha seleccionado una muestra aleatoria de 100 niños y, con un nivel de confianza del 97%, se ha construido un intervalo para la media poblacional.
a) Calcule el error máximo cometido y el tiempo medio de la muestra elegida, sabiendo que el límite inferior del intervalo de confianza obtenido es 23'5 horas.
b) Supuesto el mismo nivel de confianza, ¿cuál debería haber sido el tamaño mínimo de la muestra para cometer un error en la estimación inferior a media hora?.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'97}{2}=0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$$

$$\mu-2'17\cdot\frac{3}{\sqrt{100}}=23'5 \Rightarrow \mu=24'151$$

$$E=24'151-23'5=0'651$$

b) $E=0'5=2'17\cdot\frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=169'52 \simeq 170$

Una variable aleatoria sigue una distribución normal con desviación típica 15.
a) Construya un intervalo de confianza para la media de la población, con un nivel de confianza del 99'5% sabiendo que una muestra de 20 individuos tiene una media de 52.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de una muestra de esta población para que un intervalo de confianza, con nivel del 90%, para la media de la población tenga una amplitud inferior a 3 unidades?.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $\dfrac{1+0'995}{2}=0'9975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'81$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(52\pm 2'81\cdot\frac{15}{\sqrt{20}}\right)=\left(52\pm 9'425\right)=(42'575;61'425)$$

b) $\dfrac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=1'5=1'645\cdot\frac{15}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=270'6\simeq 271$$

Sea una población cuyos elementos son 1, 2 y 3.
Mediante muestreo aleatorio simple se pretende seleccionar una muestra de tamaño 2.
a) Escriba las posibles muestras.
b) Calcule la varianza de las medias muestrales.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

(1,1) (1,2) (1,3)
(2,1) (2,2) (2,3)
(3,1) (3,2) (3,3)

c) Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
1	1	1	1
1’5	2	3	4’5
2	3	6	12
2’5	2	5	12’5
3	1	3	9
	9	18	39

Media = $\mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{18}{9} = 2$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{39}{9} - 2^2 = 0'33$

El peso de los adultos de una determinada especie de peces sigue una ley normal de desviación típica 112 gr.
¿Cuál es el tamaño mínimo de la muestra de peces que debería tomarse para obtener, con una confianza del 95%, la media de la población con un error menor de 20 gr?.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=20=1'96\cdot\frac{112}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=120'47 \simeq 121$$

Se está estudiando el consumo de gasolina de una determinada marca de coches. Para ello se escogen 50 automóviles al azar y se obtiene que el consumo medio es de 6’5 litros. Con independencia de la muestra, se sabe que la desviación típica del consumo de ese modelo de coches es 1’5 litros.
a) Halle un intervalo de confianza, al 97%, para el consumo medio de gasolina de los coches de esa marca.
b) El fabricante afirma que el consumo medio de gasolina de sus vehículos está comprendido entre 6’2 y 6’8 litros. ¿Con qué nivel de confianza puede hacer dicha afirmación?.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución es: $N\left(6'5, \frac{1'5}{\sqrt{50}}\right)$

Calculamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$: $\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(6'5 \pm 2'17 \cdot \frac{1'5}{\sqrt{50}}\right) = (6'04; 6'96)$$

b)

$$E = 6'8 - 6'5 = 0'3 = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1'5}{\sqrt{50}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'41$$

Buscamos en la tabla el valor 1’41 y corresponde a 0’9207, luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9207 \Rightarrow x = 84'1\%$$

a) Se sabe que la desviación típica de los salarios de una población es 205 €. Determine un intervalo, con el 90% de confianza, para el salario medio de la población, sabiendo que el salario medio correspondiente a una muestra de 2500 personas ha sido de 1215 €.
b) Elegida otra muestra grande, cuya media ha sido 1210 €, se ha obtenido, con un 95% de confianza, el intervalo (1199.953 , 1220.045). ¿Cuál es el tamaño de esta muestra?.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$: $\dfrac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(1215 \pm 1'645 \frac{205}{\sqrt{2500}}\right)=(1208'2555\ ,\ 1221'7445)$$

b) Calculamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$: $\dfrac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=10'046=1'96\frac{205}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=1599'68 \simeq 1600$$

El perímetro craneal de una población de varones adultos sigue una ley normal con desviación típica 4 cm.
a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95% para el perímetro craneal medio, sabiendo que una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población tiene una media de 57 cm.
b) Con el mismo nivel de confianza, si se aumente el tamaño de la muestra, razone si aumenta, disminuye o no varia la amplitud del intervalo.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$: $\dfrac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(57 \pm 1'96 \frac{4}{\sqrt{100}}\right)=(56'216\ ,\ 57'784)$$

b) Si aumenta el tamaño de la muestra, disminuye la amplitud del intervalo, ya que el error es menor.

Se sabe que la antigüedad de los coches fabricados por una empresa es una variable aleatoria normal, con desviación típica 2’9 años.
a) Un estudio realizado sobre una muestra aleatoria de 169 coches, de esa empresa, revela que la antigüedad media de la muestra es 8’41 años. Obtenga un intervalo de confianza, al 90%, para la antigüedad media de la población.
b) Determine el número mínimo de coches que debe componer una muestra, para obtener, con un nivel de confianza del 95%, un error de estimación menor que 0’35 años.
SOCIALES II. 2003 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $\dfrac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$

$$I.C.=\left(8'41 \pm 1'645\frac{2'9}{\sqrt{169}}\right)=\left(8'41 \pm 0'3669\right)=(8'0431;8'7769)$$

b) $\dfrac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'35=1'96\cdot\frac{2'9}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=263'73 \simeq 264$$

En un hospital se ha tomado la temperatura a una muestra de 64 pacientes para estimar la temperatura media de sus enfermos. La media de la muestra ha sido 37'1 ºC y se sabe que la desviación típica de toda la población es 1'04 ºC.
a) Obtenga un intervalo de confianza, al 90%, para la media poblacional.
b) ¿Con qué nivel de confianza podemos afirmar que la media de la población está comprendida entre 36'8º C y 37'4º C?.
SOCIALES II. 2003 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 37'1; \sigma = 1'04; n = 64$; y como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. = \left(37'1 - 1'645 \cdot \frac{1'04}{\sqrt{64}}, 37'1 + 1'645 \cdot \frac{1'04}{\sqrt{64}}\right) = (36'8862\ ; 37'3138)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'3 = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1'04}{\sqrt{64}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'30$$

Buscamos en la tabla el valor 2'30 y vemos que corresponde a 0'9893. Luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9893 \Rightarrow x = 97,86\%$$