**PROBLEMAS RESUELTOS**
**SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**
**2014**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

**Se quiere hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de narrativa que se venden en la actualidad. Para ello se elige una muestra aleatoria de 121 libros, encontrando que tienen un precio medio de 23 €. Se sabe que el precio de los libros de narrativa sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 5 €.**
**a) Obtenga un intervalo de confianza al 98'8 %, para el precio medio de esos libros.**
**b) ¿Cuántos libros habría que elegir como muestra para que, con la misma confianza, el error máximo de la estimación no excediera de 1 €?.**
**SOCIALES II. 2014 JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 98'8%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'988}{2}=0'994\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'51$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(23\pm 2'51\cdot\frac{5}{\sqrt{121}}\right)=(21'8591\ ;\ 24'1409)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=1=2'51\,\frac{5}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=157'5\simeq 158 \text{ libros}$$

**Para estimar la proporción de balances contables incorrectos de un banco, se seleccionan aleatoriamente 200 balances, y se encuentran que 19 de ellos son incorrectos.**
**a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para la proporción de balances incorrectos.**
**b) ¿Cuántos balances se deberán seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99%, el error de la estimación no sea superior a 0'02?**
**SOCIALES II. 2014 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{19}{200} = 0'095$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'095 - 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'095\cdot 0'905}{200}}, 0'095 + 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'095\cdot 0'905}{200}}\right) = (0'0544; 0'1356)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$E = 0'02 = 2'575\sqrt{\frac{0'095\cdot 0'905}{n}} \Rightarrow n = \frac{2'575^2\cdot 0'095\cdot 0'905}{0'02^2} = 1425'16 \simeq 1426$$

**a) Determine todas las muestras de tamaño 2 que, mediante un muestreo aleatorio simple, se pueden extraer del conjunto {6,9,12} y calcule la varianza de las medias muestrales.**
**b) Una empresa fabrica cuatro productos A, B, C y D, de los que elabora diariamente 40, 15, 25 y 120 unidades respectivamente.**
**Si un día se quiere elaborar una muestra de 40 unidades con los productos fabricados, por muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿qué número de unidades de cada producto se debe elegir?**
**SOCIALES II. 2014 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

a) Las muestras posibles son:

(6,6) (6,9) (6,12)
(9,6) (9,9) (9,12)
(12,6) (12,9) (12,12)

Construimos la tabla para las medias muestrales:

| $x$ | $f$ | $x \cdot f$ | $x^2 \cdot f$ |
|---|---|---|---|
| 6 | 1 | 6 | 36 |
| 7’5 | 2 | 15 | 112’5 |
| 9 | 3 | 27 | 243 |
| 10’5 | 2 | 21 | 220’5 |
| 12 | 1 | 12 | 144 |
| | 9 | 81 | 756 |

Media = $\mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{81}{9} = 9$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{756}{9} - 9^2 = 3$

b) Vamos a calcular la composición de la muestra.

$$\left.\begin{array}{l} 200 \rightarrow 40 \ del \ A \\ 40 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 8 \text{ unidades del A}$$

$$\left.\begin{array}{l} 200 \rightarrow 15 \ del \ B \\ 40 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 3 \text{ unidades del B}$$

$$\left.\begin{array}{l} 200 \rightarrow 25 \ del \ C \\ 40 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 5 \text{ unidades del C}$$

$$\left.\begin{array}{l} 200 \rightarrow 120 \ del \ D \\ 40 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 24 \text{ unidades del D}$$

**Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.**
**a) A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser (31.2, 33.4). Halle la media muestral y el error de estimación.**
**b) Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1.5.**
**SOCIALES II. 2014 RESERVA 2. EJERCICIO 4 OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media y el error:

$$\mu = \frac{31'2 + 33'4}{2} = 32'3$$

$$E = 33'4 - 32'3 = 1'1$$

b) $\frac{1+0'96}{2} = 0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'06$

Calculamos el tamaño de la muestra: $E = 1'5 = 2'06 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 47'15 \simeq 48$

**Con el fin de estudiar el precio medio del litro de gasolina en una provincia en un determinado día, se seleccionan al azar ese día 9 estaciones de servicio y se observan los siguientes precios, en euros, de un litro de gasolina:**

**1.3, 1.2, 1.4, 1.27, 1.25, 1.32, 1.37, 1.38, 1.23.**

**Se sabe que el precio del litro de gasolina se distribuye según una ley Normal con desviación típica igual a 0.18 euros.**

**a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para estimar el precio medio del litro de gasolina.**

**b) Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el precio medio del litro de gasolina con un error no superior a 0.08 euros, con el mismo nivel de confianza.**

**SOCIALES II. 2014 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será: $\mu = \dfrac{1'3+1'2+1'4+1'27+1'25+1'32+1'37+1'38+1'23}{9} = 1'3$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 1'3; \sigma = 0'18; n = 9$ y como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(1'3 - 1'96 \cdot \frac{0'18}{\sqrt{9}}, 1'3 + 1'96 \cdot \frac{0'18}{\sqrt{9}}\right) = (1'1824; 1'4176)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'08 = 1'96 \cdot \frac{0'18}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 19'44 \simeq 20$$

**1) En un centro docente la tercera parte de los alumnos estudia el idioma A, la mitad el idioma B y el resto el idioma C (cada alumno estudia sólo uno de estos idiomas).**
**a) Se desea seleccionar una muestra de 60 alumnos, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional al número de los alumnos de cada idioma. ¿Cómo debería estar conformada la muestra?**
**b) En otra muestra seleccionada por el procedimiento anterior, el número de alumnos tomados del idioma A es 14. Determine cuántos se han elegido de los otros dos idiomas.**
**2) Una población tiene 5 elementos. Mediante muestreo aleatorio simple se seleccionan muestras de tamaño 3, siendo la desviación típica de sus medias 2 y la media de las medias muestrales 7. ¿Cuánto valen la media y la varianza de la población?**
**SOCIALES II. 2014 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

1.a) Vamos a calcular la composición de la muestra.

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to \dfrac{1}{3}\ del\ A \\ 60 \to \quad x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 20\ alumnos\ idioma\ A$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to \dfrac{1}{2}\ del\ B \\ 60 \to \quad x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 30\ alumnos\ idioma\ B$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to \dfrac{1}{6}\ del\ C \\ 60 \to \quad x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 10\ alumnos\ idioma\ C$$

1.b) Vamos a calcular el número de alumnos de la muestra.

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to \dfrac{1}{3}\ del\ A \\ x \to \quad 14 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 42\ Alumnos$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to \dfrac{1}{2}\ del\ B \\ 42 \to \quad x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 21\ alumnos\ idioma\ B$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \to \dfrac{1}{6}\ del\ C \\ 42 \to \quad x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 7\ alumnos\ idioma\ C$$

2) La media de la población y la de las medias muestrales coinciden, por lo tanto la media de la población es 7.
La desviación típica de la media muestral es la desviación típica de la población dividida por $\sqrt{n}$, por lo tanto, la desviación típica de la población es $\sigma = 2 \cdot \sqrt{3}$. Como nos piden la varianza, será:

$$\sigma^2 = \left(2 \cdot \sqrt{3}\right)^2 = 12$$

**Para estimar la proporción de habitantes que es favorable a la construcción de un centro comercial en un municipio, se ha obtenido el intervalo de confianza (0.31, 0.39), al 94%.**
**a) ¿Cuál ha sido el valor de la proporción muestral?**
**b) Si la muestra aleatoria elegida de esa población para el estudio fue de 500 personas, ¿cuántas de ellas deseaban la construcción del centro comercial?**
**c) Se desea repetir el estudio para obtener un intervalo de confianza con un error máximo de 0.03 y el mismo nivel de confianza. ¿Cuántas personas, como mínimo, debe tener la nueva muestra aleatoria?**
**SOCIALES II. 2014. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la proporción muestral

$$p=\frac{0'31+0'39}{2}=0'35$$

b) $0'35=\frac{x}{500}\Rightarrow x=175$ personas

c) $\frac{1+0'94}{2}=0'97\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'88$

$$E=0'03=1'88\cdot\sqrt{\frac{0'35\cdot 0'65}{n}}\Rightarrow n=\frac{1'88^2\cdot 0'35\cdot 0'65}{0'03^2}=893'41\simeq 894$$

**El peso de los huevos de una granja sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 1.23 gramos. Para estimar la media poblacional se ha tomado una muestra de dos docenas de huevos que han dado un peso total de 1615.2 gramos.**
**a) Halle un intervalo de confianza, al 96%, para la media poblacional.**
**b) Con el mismo nivel de confianza anterior, si nos exigieran que el intervalo tuviera una amplitud máxima de 0.8, ¿de qué tamaño, como mínimo, habría que tomar la muestra?.**
**SOCIALES II. 2014 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

a) $\frac{1+0'96}{2}=0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'06$

Calculamos la media: $\mu=\frac{1615'2}{24}=67'3$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(67'3 \pm 2'06 \cdot \frac{1'23}{\sqrt{24}})=(66'7828 \; ; \; 67'8172)$$

b)

$$E=0'4=2'06 \, \frac{1'23}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=40'12 \simeq 41$$