

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A

Un fabricante de tuberías PVC sabe que la distribución de los diámetros interiores de los tubos de conducción de agua que produce sigue una ley Normal con varianza $\sigma^2 = 0.25 \text{ mm}^2$. Para estimar el diámetro medio de esas tuberías, toma una muestra aleatoria de 64 tubos y comprueba que el diámetro medio de esa muestra es de 20 mm.

a) Calcule un intervalo de confianza, con un nivel del 98%, para la media de los diámetros de los tubos que fabrica.

b) Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa distribución para que la amplitud de un intervalo de confianza, con ese mismo nivel de confianza, sea inferior a 2 mm.

SOCIALES II. 2015 JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Con los datos del problema calculamos:

$$\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(20 - 2'33 \cdot \frac{0'5}{\sqrt{64}}, 20 + 2'33 \cdot \frac{0'5}{\sqrt{64}} \right) = (19'8543 ; 20'1456)$$

b) Amplitud = 2 = 2 · Error $\Rightarrow E = 1$

$$E = 1 = 2'33 \cdot \frac{0'5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 1'35 \approx 2$$

Luego, el tamaño mínimo de la muestra debe ser 2 tubos.

El tiempo en horas dedicado cada día al uso de una aplicación de mensajería instantánea por los estudiantes de bachillerato de una ciudad, es una variable aleatoria que sigue una ley Normal con desviación típica 0.5 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos de uso en horas:

3.5 4.25 2.25 3.75 4.2 2.75 1.25 1.2 1.75 2.1

a) Determine un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado al uso de esta aplicación por los estudiantes.

b) Calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el tiempo medio diario dedicado al uso de esta aplicación, para un error de estimación no superior a 0.1 horas y mismo nivel de confianza anterior.

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu = \frac{3'5 + 4'25 + 2'25 + 3'75 + 4'2 + 2'75 + 1'25 + 1'2 + 1'75 + 2'1}{10} = 2'7$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C. \left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 2'7$; $\sigma = 0'5$; $n = 10$ y como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'9}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. \left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(2'7 - 1'645 \cdot \frac{0'5}{\sqrt{10}}, 2'7 + 1'645 \cdot \frac{0'5}{\sqrt{10}} \right) = (2'44; 2'96)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'1 = 1'645 \cdot \frac{0'5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 67'65 \approx 68$$

Se ha lanzado un dado 400 veces, y en 72 de ellas ha salido un tres.

a) Calcule un intervalo de confianza, al 99.2%, para la proporción de veces que se obtiene un tres.

b) Calcule el error máximo admisible cometido con ese intervalo.

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{72}{400} = 0'18$$

$$\frac{1+0'992}{2} = 0'996 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'65$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'18 - 2'65 \cdot \sqrt{\frac{0'18 \cdot 0'82}{400}}, 0'18 + 2'65 \cdot \sqrt{\frac{0'18 \cdot 0'82}{400}} \right) = (0'1291; 0'2309)$$

b) Calculamos el error:

$$E = 2'65 \cdot \sqrt{\frac{0'18 \cdot 0'82}{400}} = 0'0509$$

De una población Normal de media desconocida y desviación típica 2 se extrae la siguiente muestra aleatoria simple de tamaño 10:

3.8 6.3 4.3 6 6.2 5.8 1.5 3.3 3.4 2.9

a) Estime, mediante un intervalo de confianza, la media poblacional para un nivel de confianza del 92%. Obtenga su error de estimación.

b) ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para reducir ese error a la mitad, con el mismo nivel de confianza?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será: $\mu = \frac{3'8+6'3+4'3+6+6'2+5'8+1'5+3'3+3'4+2'9}{10} = 4'35$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(4'35 \pm 1'75 \frac{2}{\sqrt{10}} \right) = (4'35 \pm 1'1067) = (3'2433 ; 5'4567)$$

b)

$$E = \frac{1'1067}{2} = 0'5533$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'5533 = 1'75 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 40'01 \approx 41$$

El capital de las hipotecas constituidas sobre fincas urbanas en Andalucía es una variable aleatoria Normal con desviación típica 10000 €.

a) Se toma una muestra aleatoria de 9 hipotecas con los siguientes capitales (en euros):

95000 99000 105000 106000 108000 111000 112000 115000 120000

Construya un intervalo de confianza, al 95%, para el capital medio de dichas hipotecas.

b) ¿Qué número mínimo de hipotecas deberíamos considerar en una muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo en la estimación del capital medio sea de 4000€?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu = \frac{95000 + 99000 + 105000 + 106000 + 108000 + 111000 + 112000 + 115000 + 120000}{9} = \frac{971000}{9}$$

$$\frac{1 + 0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(\frac{971000}{9} \pm 1'96 \frac{10000}{\sqrt{9}} \right) = (101.355'558 ; 114.422'218)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 4000 = 1'96 \cdot \frac{10000}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 24'01 \approx 25$$

En una muestra aleatoria de 100 botellas de agua mineral se encontró un contenido medio de 48 cl. Sabiendo que la variable “contenido de agua en una botella” sigue una ley Normal con desviación típica 5 cl, determine un intervalo de confianza para la media poblacional, con un nivel de confianza de 95 %
b) ¿Qué tamaño muestral mínimo debería considerarse para estimar esta media con el mismo nivel de confianza y un error inferior a 0'5 cl?

SOCIALES II. 2015 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$a) \frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (48 \pm 1'96 \cdot \frac{5}{\sqrt{100}}) = (47'02 ; 48'98)$$

b)

$$E = 0'5 = 1'96 \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 384'16 \approx 385$$