PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

La altura de los estudiantes de 2º de Bachillerato de un centro sigue un ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.
a) ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?.
b) Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se le mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere los 160 cm?.
SOCIALES II. 2017 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $N\left(165, \frac{10}{\sqrt{25}}\right) = N(165, 2)$

b) Calculamos la probabilidad:

$$p(x > 165) = p\left(z > \frac{160-165}{2}\right) = p(z > -2'5) = p(z < 2'5) = 0'9938$$

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.
a) Calcule un intervalo de confianza, al 95%, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.
b) Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0'5 puntos y un nivel de confianza del 99%.
SOCIALES II. 2017 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(35, \dfrac{6}{\sqrt{64}}\right) = N(35, 0'75)$

Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (35 \pm 1'96 \cdot 0'75) = (33'53 \ ; \ 36'47)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$E = 0'5 = 2'575 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{2'575 \cdot 6}{0'5}\right)^2 = 954'81 \simeq 955$$

Se desea estimar la proporción de jóvenes que ven una serie de televisión. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 100 jóvenes, de los que 36 ven la serie.
a) Determine un intervalo de confianza, al 96 %, para la proporción de jóvenes que ven la serie.
b) Con el mismo nivel de confianza, si queremos que el error máximo sea inferior a 0.03, ¿qué tamaño muestral mínimo debemos tomar?
SOCIALES II. 2017 RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $p = \frac{36}{100} = 0'36$

$$\frac{1+0'96}{2} = 0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'06$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(0'36 \pm 2'06 \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{100}} \right) = (0'36 \pm 0'098) = (0'262 ; 0'458)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'03 = 2'06 \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{n}} \Rightarrow n = \frac{2'06^2 \cdot 0'36 \cdot 0'64}{0'03^2} = 1086,36 \simeq 1087$$

El peso de los paquetes de levadura de una marca sigue una ley Normal de desviación típica 0.3 g. Se desea construir un intervalo de confianza, al 98 %, para estimar la media. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 9 paquetes.
a) ¿Qué amplitud tendrá dicho intervalo?
b) Obtenga el intervalo sabiendo que los pesos, en gramos, de los paquetes son:

10 9.9 10.04 9.5 10.1 9.8 10.2 10 10.3

SOCIALES II. 2017 RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 98%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'98}{2}=0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'33$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=2'33\cdot\frac{0'3}{\sqrt{9}}=0'233 \Rightarrow A=2E=2\cdot 0'233=0'466$$

b) Calculamos la media que será: $\mu=\dfrac{10+9'9+10'04+9'5+10'1+9'8+10'2+10+10'3}{9}=9'98$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(9'98-2'33\cdot\frac{0'3}{\sqrt{9}},9'98+2'33\cdot\frac{0'3}{\sqrt{9}}\right)=(9'747;10'213)$$

Se desea estimar la proporción de bares y restaurantes que en el camino de Santiago ofertan el menú del peregrino con un precio máximo de 12 €. Para ello se eligen aleatoriamente 120 establecimientos que ofrecen este menú, de los que 80 tienen un precio máximo de 12 €.
a) Con un nivel de confianza del 92 %, obtenga el intervalo de confianza para proporción de establecimientos que tienen un precio máximo de 12 €.
b) Si aumentamos el nivel de confianza al 99 %, ¿qué efecto se produce en el error de estimación?
c) ¿Cuántos establecimientos, como mínimo, deberíamos seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99 %, el error de la estimación no sea superior a 0.04?
SOCIALES II. 2017 RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $p=\frac{80}{120}=\frac{2}{3}$

$\frac{1+0'92}{2}=0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'76$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(\frac{2}{3}\pm 1'76\sqrt{\frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}}{120}}\right)=\left(0'66\pm 0'0757\right)=\left(0'5909;0'7423\right)$$

b) $\frac{1+0'99}{2}=0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'575$

Si aumentamos el nivel de confianza, el error aumenta

c) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'04=2'575\sqrt{\frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}}{n}} \Rightarrow n=\frac{2'575^2\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}}{0'04^2}=920'92\simeq 921$$

El precio de un determinado producto se distribuye según una ley Normal de desviación típica 5 € y media desconocida. Se toman 10 comercios al azar y se observa en ellos el precio de este producto, resultando los siguientes valores en euros:

96 108 97 112 99 106 105 100 98 99

a) ¿Cuál es la distribución del precio medio del producto en las muestras de tamaño 10?
b) Determine un intervalo de confianza, al 97 %, para la media poblacional.
c) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra de esa población para que el error cometido sea menor que 2?
SOCIALES II. 2017 RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será: $\mu = \dfrac{96+108+97+112+99+106+105+100+98+99}{10} = 102$

La distribución es: $N\left(102; \dfrac{5}{\sqrt{10}}\right)$

b) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(102 - 2'17 \cdot \frac{5}{\sqrt{10}}, 102 + 2'17 \cdot \frac{5}{\sqrt{10}}\right) = (98'569; 105'431)$$

c) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 2 = 2'17 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 29'43 \simeq 30$$

Se desea estimar el porcentaje de alumnos de un determinado instituto que lleva gafas. Para ello se eligen 300 alumnos, de los que 210 llevan gafas.
a) Calcule el intervalo de confianza para la proporción de alumnos que lleva gafas, con un nivel de confianza del 97 %.
b) Si por estudios en otros institutos se sabe que la proporción de alumnos que lleva gafas es del 70 %, determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que, con una confianza del 97 %, el error máximo que se cometa sea inferior a 0.06.
SOCIALES II. 2017 RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $p = \frac{210}{300} = 0'7$

$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(0'7 \pm 2'17\sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}} \right) = (0'7 \pm 0'0574) = (0'6426 ; 0'7574)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'06 = 2'17\sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{n}} \Rightarrow n = \frac{2'17^2 \cdot 0'7 \cdot 0'3}{0'06^2} = 274'68 \simeq 275$$

Se sabe que el peso de los tarros de mermelada que fabrica una empresa sigue una distribución Normal con desviación típica 25 g. Con objeto de estimar el peso medio de los tarros fabricados por esa empresa se selecciona una muestra aleatoria de 100 tarros de esa fábrica obteniéndose un peso medio de 230 g.
a) Calcule un intervalo de confianza, al 96 %, para la media de la población.
b) ¿Qué error máximo se ha cometido en el intervalo anterior?
c) Determine el tamaño muestral mínimo para que el error máximo cometido al construir un intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza, sea 2 g.
SOCIALES II. 2017 RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 96%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'96}{2}=0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'06$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(230-2'06\cdot\frac{25}{\sqrt{100}}, 230+2'06\cdot\frac{25}{\sqrt{100}}\right)=(224'85;235'15)$$

b) El error cometido es: $E=2'06\cdot\frac{25}{\sqrt{100}}=5'15$

c) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=2=2'06\cdot\frac{25}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=663'06 \simeq 664$$

En un centro docente hay 160 alumnos matriculados en 1º de ESO, 120 en 2º, 120 en 3º, 80 en 4º, 240 en 1º de Bachillerato y 200 en 2º. Se quiere constituir una comisión en la que todos los cursos estén representados de forma proporcional.
a) ¿Cuántos alumnos debe haber en la comisión y cuántos de cada curso si dicha comisión está formada por el 5 % del total del alumnado?
b) ¿Cuál sería la composición de la comisión si queremos que haya 9 alumnos de 2º de ESO?
SOCIALES II. 2017 RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los alumnos de la muestra: $920 \cdot \frac{5}{100} = 46 \ alumnos$

Vamos haciendo proporciones y tenemos que:

	1º	2º	3º	4º	1º BACH	2º BACH	TOTAL
Nº alumnos colegio	160	120	120	80	240	200	920
Nº alumnos muestra	8	6	6	4	12	10	46

b) Si queremos que en la comisión haya 9 alumnos de 2º ESO, entonces la comisión estará formada por: $920 \cdot \frac{9}{120} = 69 \ alumnos$

Vamos haciendo proporciones y tenemos que:

	1º	2º	3º	4º	1º BACH	2º BACH	TOTAL
Nº alumnos colegio	160	120	120	80	240	200	920
Nº alumnos muestra	12	9	9	6	18	15	69

El tiempo diario, en horas, que dedican los alumnos de una Facultad a las redes sociales sigue una ley Normal de desviación típica 2 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 alumnos con los siguientes tiempos en horas

6.5 7 6.25 7 5.5 7.25 6.75 6.25 6 6.5

a) Determine el intervalo de confianza, al 90 %, para el tiempo medio diario dedicado por los alumnos de esa Facultad a las redes sociales.

b) Utilizando el mismo nivel de confianza anterior, calcule el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el tiempo medio diario, para un error de estimación máximo de 0.1 horas.

SOCIALES II. 2017 RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2}=0'95\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$$

Calculamos la media que será: $\mu=\dfrac{6'5+7+6'25+7+5'5+7'25+6'75+6'25+6+6'5}{10}=6'5$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(6'5-1'645\cdot\frac{2}{\sqrt{10}},6'5+1'645\cdot\frac{2}{\sqrt{10}}\right)=(5'4597;7'5403)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'1=1'645\cdot\frac{2}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=1082'41\simeq 1083$$

El tiempo de vida de una determinada especie de tortuga es una variable aleatoria que sigue una ley Normal de desviación típica 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen los siguientes valores:

46 38 59 29 34 32 38 21 44 34

a) Determine un intervalo de confianza, al 95%, para la vida media de dicha especie de tortugas.

b) Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error de estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 98%.

SOCIALES II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu = \frac{46+38+59+29+34+32+38+21+44+34}{10} = 37'5$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(37'5 \pm 1'96 \frac{10}{\sqrt{10}}\right) = (37'5 \pm 6'198) = (31'302\ ;\ 43'698)$$

b)

$$\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

$$E = 5 = 2'33 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 21'71 \simeq 22 \text{ Tortugas}$$

En una muestra, elegida al azar, de 100 estudiantes de una Universidad, se ha observado que 25 desayunan en la cafetería del campus.
a) Determine, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería.
b) Si la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería del campus en una muestra aleatoria es de 0'2, y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0'03, con un nivel de confianza del 92'5%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.
SOCIALES II. 2017 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{25}{100} = 0'25$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'25 - 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{100}} \, , 0'25 + 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{100}} \right) = (0'1652; 0'3348)$$

b)
$p = 0'2$

$$\frac{1+0'925}{2} = 0'9625 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'78$$

$$E = 0'03 = 1'78 \cdot \sqrt{\frac{0'2\cdot 0'8}{n}} \Rightarrow n = 563'27 \simeq 564 \text{ estudiantes}$$