

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B

Se dispone de cuatro tornillos de 1, 2, 3 y 4 gramos de peso respectivamente.

a) Mediante muestreo aleatorio simple, exprese todas las muestras posibles de tamaño 2.

b) Determine la media y la varianza de los pesos medios muestrales

SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Suponemos que hay reemplazamiento, con lo cual las muestras posibles son:

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4)
(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4)
(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4)
(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4)

b) Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
1	1	1	1
1'5	2	3	4'5
2	3	6	12
2'5	4	10	25
3	3	9	27
3'5	2	7	24'5
4	1	4	16
	16	40	110

$$\text{Media} = \mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{40}{16} = 2'5$$

$$\text{Varianza} = \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{110}{16} - 2'5^2 = 0'625$$

En un estudio sobre la utilización de nuevas tecnologías entre los estudiantes de Bachillerato, se ha realizado una encuesta a 500 estudiantes elegidos mediante muestreo aleatorio simple, resultando que 380 de ellos son usuarios de una determinada red social.

a) Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de estudiantes que son usuarios de esa red social

b) Suponiendo que se mantiene la proporción muestral, determine el número mínimo de estudiantes a los que sería preciso entrevistar para que, con un nivel confianza del 96%, el error cometido al estimar la proporción de usuarios de la citada red social no supere el 2%.

SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{380}{500} = 0'76$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'76 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'76 \cdot 0'24}{500}}, 0'76 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'76 \cdot 0'24}{500}} \right) = (0'7185; 0'8014)$$

b)

$$p = 0'76$$

$$\frac{1+0'96}{2} = 0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$$

$$E = 0'02 = 2'055 \cdot \sqrt{\frac{0'76 \cdot 0'24}{n}} \Rightarrow n = 1925'6 \approx 1926 \text{ estudiantes}$$

A la salida de unos grandes almacenes se ha tomado una muestra aleatoria simple de 100 clientes, a los que se les ha preguntado por el gasto que han realizado, obteniéndose una media muestral de 110 euros. Se sabe que el gasto sigue una distribución Normal con desviación típica de 20 euros.

a) ¿Qué distribución de probabilidad sigue la media muestral?.

b) Obtenga un intervalo de confianza al 90%, para el gasto medio de todos los clientes que han comprado ese día.

c) Si deseamos que el error máximo cometido, con el mismo nivel de confianza, sea 2 euros, ¿cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra?.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(110, \frac{20}{\sqrt{100}}\right) = N(110, 2)$

b) Como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (110 \pm 1'645 \cdot 2) = (106'71 ; 113'29)$$

c) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 2 = 1'645 \cdot \frac{20}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{1'645 \cdot 20}{2}\right)^2 = 270'6 \approx 271 \text{ clientes}$$

Se quiere estimar la proporción de estudiantes que asiste de forma regular al cine. Para ello, se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 300 y se obtiene que de ellos, 210 acuden con regularidad al cine.

a) Calcule un intervalo de confianza al 92% para estimar la proporción de estudiantes que va regularmente al cine. ¿Qué error máximo se cometería si se diera como estimación de dicha proporción 0'7?

b) Con el mismo nivel de confianza, siendo la proporción muestral la misma, si queremos que el error sea menor que 0'02, ¿cuántos alumnos como mínimo hay que elegir en la muestra.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{210}{300} = 0'7$$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'755$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'7 - 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}}, 0'7 + 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}} \right) = (0'6535; 0'7464)$$

$$E = 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}} = 0'0464 = 4'64 \%$$

b)

$$E = 0'02 = 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{n}} \Rightarrow n = 1617 \text{ estudiantes}$$