

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A

Una máquina está preparada para fabricar piezas de, a lo sumo, 10 cm de longitud. Se toma una muestra de 1000 piezas, comprobándose que la media de sus longitudes es de 10.0037 cm. La longitud de las piezas fabricadas por esa máquina sigue una ley Normal con desviación típica 0.2 cm.

a) Plantee un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si con los datos de esa muestra es posible afirmar que la media de la longitud de las piezas fabricadas por la máquina es de más de 10cm.

b) Determine la región de aceptación de la hipótesis nula de ese contraste para un nivel de significación $\alpha = 0.025$.

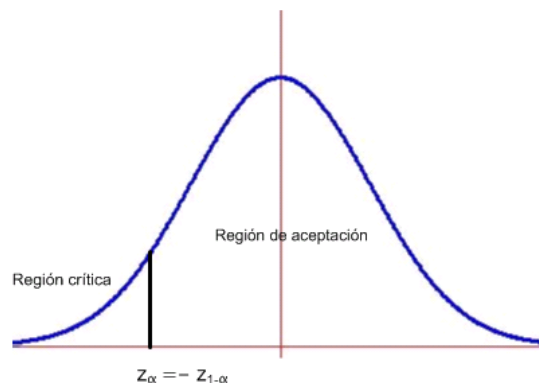
c) Con los datos de la muestra y usando el contraste de hipótesis del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la longitud media de las piezas fabricadas?

SOCIALES II. 2011 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0: \mu > 10$; Hipótesis alternativa $H_1: \mu \leq 10$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0.025 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.975$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1.96$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1.96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

$$\text{es: } z_0 = \frac{10.0037 - 10}{\frac{0.2}{\sqrt{1000}}} = 0.585$$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 0.585$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1.96$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa.

El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizó una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y ésta reveló que 130 de ellas habían visto ese programa.

a) Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.

b) Halle la región crítica de ese contraste para un nivel de significación del 5.5%.

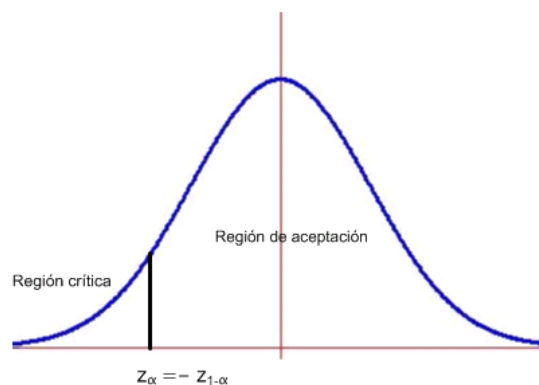
c) Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'3$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'3$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'055 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'945$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'6$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'6$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de

$$\text{prueba es: } z_0 = \frac{\frac{130}{500} - 0'3}{\sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{500}}} = -1'95$$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1'95$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'6$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, no aceptamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual con una probabilidad de equivocarnos del 5'5%, la afirmación de que al menos el 30% ve por televisión el nuevo programa no es cierta.

El director de un banco afirma que la cantidad media de dinero extraído, por cliente, de un cajero automático de su sucursal no supera los 120 euros. Para contrastar esta hipótesis elige al azar 100 extracciones de este cajero y obtiene una media muestral de 130 euros. Se sabe que la cantidad de dinero extraído por un cliente en un cajero automático se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 67 euros.

a) Plantee el contraste de hipótesis asociado al enunciado.

b) Determine la región de aceptación, para un nivel de significación $\alpha = 0.05$.

c) Con los datos muestrales tomados, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis de este director, con el mismo nivel de significación anterior?.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 2. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

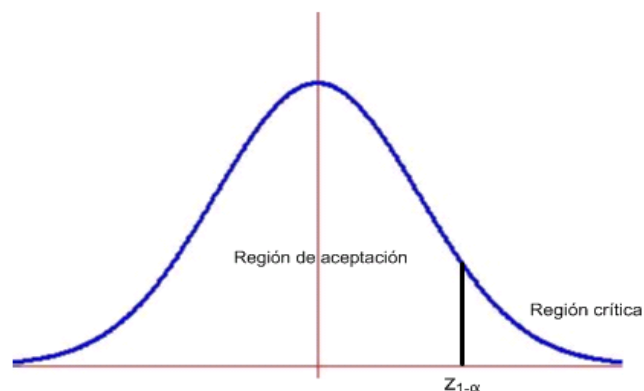
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Formulamos la hipótesis nula y la alternativa.

Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 120$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 120$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.

Para el nivel de significación de $\alpha = 5\% = 0'05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'95 \Rightarrow$ valor crítico $z_{1-\alpha} = 1'645$



Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

$$\text{Estadístico: } Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{Valor observado: } z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{130 - 120}{\frac{67}{\sqrt{100}}} = 1'492$$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $z_0 = 1'492$, está a la izquierda del punto crítico $1'645$, por lo tanto, estamos en la zona de aceptación. Luego, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Por lo tanto, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que la cantidad de dinero extraída del cajero no supera los 120 euros.

Un estudio sociológico afirma que el 70% de las familias cena viendo la televisión. Se desea contrastar la veracidad de esta afirmación y, para ello, se toma una muestra de 500 familias, en las que se observa que 340 ven la televisión mientras cenan. Decida, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación es cierta con un nivel de significación de 0.01
SOCIALES II. 2011 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

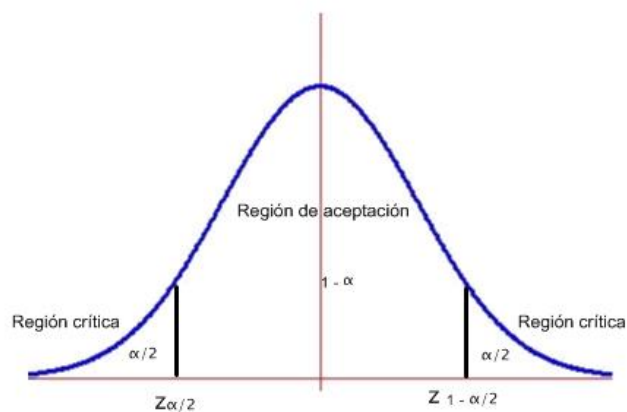
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p = 0'7$; Hipótesis alternativa $H_1 : p \neq 0'7$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'575$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'575$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de

$$\text{prueba es: } z_0 = \frac{\frac{340}{500} - 0'7}{\sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{500}}} = -0'975$$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -0'975$ es mayor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'575$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1% aceptamos que el 70% de las familias cena viendo la televisión.

Suponiendo que la variable “años de vida de los individuos de un país” sigue una distribución Normal con desviación típica 8.9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años.

A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71.8 años.

a) Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.

b) Determine la región crítica a un nivel de significación del 5 %.

c) Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?

SOCIALES II. 2011 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

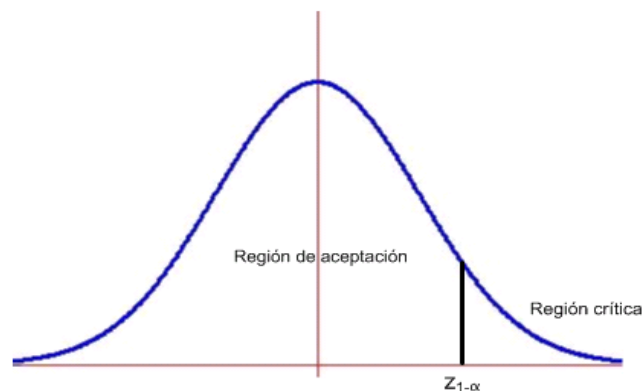
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Formulamos la hipótesis nula y la alternativa.

Hipótesis nula $H_0 : \mu \leq 70$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu > 70$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.

Para el nivel de significación de $\alpha = 5\% = 0'05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'95 \Rightarrow$ valor crítico $z_{1-\alpha} = 1'645$



Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

$$\text{Estadístico: } Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{Valor observado: } z_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{71'8 - 70}{\frac{8'9}{\sqrt{100}}} = 2'02$$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $z_0 = 2'02$, está a la derecha del punto crítico $1'645$, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Luego se puede afirmar, al nivel del 5%, que la vida media de los mismos supera los 70 años.