



- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
  - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

## OPCIÓN A

### EJERCICIO 1

De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones:

$$4x + 3y \geq 60, \quad y \leq 30, \quad x \leq \frac{10 + y}{2}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

- (2 puntos)** Represente gráficamente la región factible del problema y calcule sus vértices.
- (0.5 puntos)** Maximice en esa región factible la función objetivo  $F(x, y) = x + 3y$ .
- (0.5 puntos)** ¿Pertenece el punto (11, 10) a la región factible?

### EJERCICIO 2

Sea la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + mx + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ .

- (1 punto)** Calcule  $m$  para que la función sea continua en  $x = 1$ .
- (1 punto)** Para ese valor de  $m$ , ¿es derivable la función en  $x = 1$ ?
- (1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x = 0$ .

### EJERCICIO 3

#### Parte I

En un espacio muestral se sabe que para dos sucesos  $A$  y  $B$  se verifica

$$P(A \cap B) = 0.1, \quad P(A^c \cap B^c) = 0.6, \quad P(A/B) = 0.5.$$

- (0.75 puntos)** Calcule  $P(B)$ .
- (0.75 puntos)** Calcule  $P(A \cup B)$ .
- (0.5 puntos)** ¿Son  $A$  y  $B$  independientes?

#### Parte II

Se sabe que las puntuaciones de un test siguen una ley Normal de media 36 y desviación típica 4.8.

- (1 punto)** Si se toma una muestra aleatoria de 16 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que la media de esta muestra sea superior a 35 puntos?
- (1 punto)** ¿Qué porcentaje de muestras de tamaño 25 tiene una media muestral comprendida entre 34 y 36?



- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
  - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

## OPCIÓN B

### EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Halle la matriz  $A$  que verifica  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$ .

b) **(1.5 puntos)** Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes:  $x - 3y + 2z = 0$ ;  $-2x + y - z = 0$ ;  $x - 8y + 5z = 0$ .

### EJERCICIO 2

a) **(2 puntos)** Sea la función definida para todo número real  $x$  por  $f(x) = ax^3 + bx$ . Determine  $a$  y  $b$  sabiendo que su gráfica pasa por el punto  $(1, 1)$  y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es  $-3$ .

b) **(1 punto)** Si en la función anterior  $a = \frac{1}{3}$  y  $b = -4$ , determine sus intervalos de monotonía y sus extremos.

### EJERCICIO 3

#### Parte I

Una urna A contiene tres bolas azules y cuatro rojas y otra urna B contiene dos bolas azules, dos rojas y dos negras. Se extrae, al azar, una bola de una de las urnas.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

b) **(1 punto)** Si la bola extraída resulta ser azul, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

#### Parte II

Se sabe que  $(45.13, 51.03)$  es un intervalo de confianza, al 95%, para la media de una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 15.

a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error cometido?

b) **(1.5 puntos)** Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo necesario para que el error no sea superior a 1.8.