

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sea el recinto del plano definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + y \leq 3; -x + y \leq 3; x \leq 2; y \geq 0$$

- a) **(1 punto)** Representélo gráficamente.
- b) **(1 punto)** Calcule los vértices de dicho recinto.
- c) **(0.5 puntos)** ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x, y) = -2x - y$? ¿En qué puntos se alcanzan dichos valores?

EJERCICIO 2

En una empresa han hecho un estudio sobre la rentabilidad de su inversión en publicidad, y han llegado a la conclusión de que el beneficio obtenido, en miles de euros, viene dado por la expresión $B(x) = 0.5x^2 - 4x + 6$, siendo x la inversión en publicidad, en miles de euros, con x en el intervalo $[0, 10]$.

- a) **(1 punto)** ¿Para qué valores de la inversión la empresa tiene pérdidas?
- b) **(1 punto)** ¿Cuánto tiene que invertir la empresa en publicidad para obtener el mayor beneficio posible?
- c) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el beneficio si no se invierte nada en publicidad? ¿Hay algún otro valor de la inversión para el cual se obtiene el mismo beneficio?

EJERCICIO 3

De dos sucesos aleatorios A y B del mismo espacio de sucesos se sabe que $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ y $P(A \cap B) = \frac{5}{8}$. Calcule:

- a) **(0.75 puntos)** La probabilidad de que se verifique alguno de los dos sucesos.
- b) **(0.75 puntos)** La probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.
- c) **(1 punto)** La probabilidad de que ocurra A si se ha verificado B .

EJERCICIO 4

- a) **(1.25 puntos)** En una población de 2000 hombres y 2500 mujeres se quiere seleccionar una muestra de 135 personas mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?
- b) **(1.25 puntos)** Dada la población $\{6, 8, 11, a\}$, ¿cuánto debe valer a sabiendo que la media de las medias muestrales de tamaño 3, obtenidas mediante muestreo aleatorio simple, es 10.3?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) **(1 punto)** Sean A , B y C matrices con 2, 3 y 2 filas respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices $A \cdot B \cdot C$ es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halle las dimensiones de dichas matrices.
- b) **(1.5 puntos)** Halle la matriz X que verifica $I_2 - 2X = A \cdot (A - B^t)$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

- a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función.
- b) **(1 punto)** Representela gráficamente.

EJERCICIO 3

El 60% de los camareros de una localidad tienen 35 años o más, y de ellos el 70% son dueños del local donde trabajan. Por otra parte, de los camareros con menos de 35 años sólo el 40% son dueños del local donde trabajan.

- a) **(1.25 puntos)** Seleccionado un camarero al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no sea dueño del local?
- b) **(1.25 puntos)** Elegido al azar un camarero dueño de su local, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 35 años?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Una máquina de envasado está diseñada para llenar bolsas con 300 g de almendras. Para comprobar si funciona correctamente, se toma una muestra de 100 bolsas y se observa que su peso medio es de 297 g. Suponiendo que la variable “peso” tiene una distribución Normal con varianza 16, y utilizando un contraste bilateral ¿es aceptable, a un nivel de significación de 0.05, que el funcionamiento de la máquina es correcto?