

Curso

2012/2013

Asignatura

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**1º Comentarios acerca del programa del segundo curso del Bachillerato, en relación con la Prueba de Acceso a la Universidad**

## INTRODUCCIÓN

Tras la publicación y entrada en vigor de la nueva normativa que regula el Bachillerato en Andalucía (Real Decreto 1467/2007 de 2 de noviembre, BOE nº 266 del 6; Orden de 5 de agosto de 2008, BOJA nº 169 del 26; Decreto 416/2008 de 22 de julio, BOJA nº 149 del 28; Orden de 15 de diciembre de 2008, BOJA nº 2 del 5 de enero de 2009), y dado que el desarrollo del citado Real Decreto corresponde a los centros educativos, era obligada la modificación del documento de Contenidos y Objetivos mínimos de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II vigente hasta ahora.

En lo concerniente a los contenidos, son varios los cambios que han aparecido. Los más relevantes son los del bloque de Álgebra, en el que no se citan expresamente los sistemas de ecuaciones (se incorporan al curso de primero) ni las matrices inversas, y los de Probabilidad y Estadística, donde se amplía la parte correspondiente a la Inferencia al aparecer de forma explícita los contrastes de hipótesis para la proporción, la media y la diferencia de medias. Dichos cambios han tenido su reflejo en el presente documento, toda vez que una de las obligaciones de la Ponencia es la de adaptar y concretar los contenidos de la ley con vistas a las Pruebas de Acceso a la Universidad.

Este documento está articulado en dos partes: Contenidos y Objetivos. La primera corresponde, literalmente, a lo establecido bajo el mismo epígrafe en el Real Decreto 1467/2007, por remisión de la Orden de 5 de agosto; y es en la segunda donde se concretan de un modo más pormenorizado los objetivos mínimos que se exigirán en las PAU. La primera tiene tres apartados: Álgebra, Análisis y Probabilidad y Estadística; mientras que los Objetivos contemplan cuatro: Álgebra, Análisis, Probabilidad e Inferencia, en consonancia con la nueva estructura de cuatro ejercicios que tendrán los modelos de examen de esta asignatura.

Por tanto, las páginas que siguen a continuación constituyen una referencia obligada para el alumnado y el profesorado de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. No pretenden ser, obviamente, una programación de la materia –tarea ésta de competencia exclusiva de los Departamentos– sino el último nivel de concreción curricular de los contenidos que se exigirán en las Pruebas de Acceso.

Por último, desde estas líneas la Ponencia manifiesta su voluntad de seguir abierta a cuantas sugerencias les sean remitidas por el profesorado, a través de las correspondientes coordinaciones provinciales, compartiendo la permanente -y siempre inacabada- misión de facilitar el tránsito del alumnado de la Enseñanza Secundaria a la Universidad.

## 1. CONTENIDOS

### 1.1. ÁLGEBRA

Las matrices como expresión de tablas y grafos. Suma y producto de matrices. Interpretación del significado de las operaciones con matrices en la resolución de problemas extraídos de las ciencias sociales.

Inecuaciones lineales con una o dos incógnitas. Sistemas de inecuaciones. Programación lineal. Aplicaciones a la resolución de problemas sociales, económicos y demográficos. Interpretación de las soluciones.

### 1.2. ANÁLISIS

Aproximación al concepto de límite a partir de la interpretación de la tendencia de una función.

Concepto de continuidad. Interpretación de los diferentes tipos de discontinuidad y de las tendencias asintóticas en el tratamiento de la información.

Derivada de una función en un punto. Aproximación al concepto e interpretación geométrica.

Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales de funciones habituales y a la resolución de problemas de optimización relacionados con las ciencias sociales y la economía.

Estudio y representación gráfica de una función polinómica o racional sencilla a partir de sus propiedades globales.

### **1.3. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**

Profundización en los conceptos de probabilidades a priori y a posteriori, probabilidad compuesta, condicionada y total. Teorema de Bayes.

Implicaciones prácticas de los teoremas: Central del límite, de aproximación de la Binomial a la Normal y Ley de los Grandes Números.

Problemas relacionados con la elección de las muestras. Condiciones de representatividad. Parámetros de una población.

Distribuciones de probabilidad de las medias y proporciones muestrales.

Intervalo de confianza para el parámetro  $p$  de una distribución binomial y para la media de una distribución normal de desviación típica conocida.

Contraste de hipótesis para la proporción de una distribución binomial y para la media o diferencias de medias de distribuciones normales con desviación típica conocida.

## **2. OBJETIVOS**

La elaboración de las propuestas de pruebas de acceso de esta materia se realizará teniendo en cuenta los siguientes objetivos:

### **2.1. ÁLGEBRA**

Utilizar el lenguaje matricial y aplicar las operaciones con matrices como instrumento para el tratamiento de situaciones que manejen datos estructurados en forma de tablas o grafos.

Conocer el vocabulario básico para el estudio de matrices: elemento, fila, columna, diagonal, diferentes tipos de matrices, traspuesta, simétrica, triangular, diagonal, etc.

Calcular sumas de matrices, productos de escalares por matrices y productos de matrices. Se insistirá en la no conmutatividad del producto de matrices.

Resolver ecuaciones matriciales.

Conocer la terminología básica de la programación lineal: función objetivo, región factible y solución óptima. Determinar los vértices de la región factible de un problema de programación lineal y dibujarla.

Resolver problemas de programación lineal de dos variables, procedentes de diversos ámbitos, sociales, económicos o demográficos, por medios analíticos y gráficos con regiones factibles acotadas. Interpretar las soluciones. En los problemas de Programación Lineal se utilizarán, a lo sumo, tres inecuaciones además de las restricciones de no negatividad si las hubiere.

Si las variables que intervienen son enteras, podrán ser consideradas como continuas en todo el proceso de resolución.

### **2.2. ANÁLISIS**

#### **2.2.1. Funciones y continuidad**

Conocer el lenguaje básico asociado al concepto de función.

A partir de la expresión analítica o gráfica de una función, que puede provenir de un contexto real, estudiar las propiedades globales y locales de la función, identificando intervalos de monotonía, extremos relativos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas verticales y horizontales.

Conocer las nociones de límite y continuidad e identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es continua y los puntos donde no lo es, indicando en su caso el tipo de discontinuidad.

### **2.2.2. Derivadas**

Conocer el concepto de tasa de variación media de una función en un intervalo y su interpretación.

Conocer el concepto de derivada de una función en un punto y sus interpretaciones, como tasa de variación local y como pendiente de la recta tangente.

Identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es derivable y los puntos donde no lo es.

Conocer el concepto de función derivada.

Conocer las derivadas de las funciones habituales: polinómicas, exponenciales, logarítmicas y de proporcionalidad inversa.

Conocer y aplicar las reglas de derivación: derivada de la suma, derivada del producto, derivada del cociente y derivada de la función compuesta (regla de la cadena). Se utilizarán funciones de los tipos citados anteriormente y en el caso de la función compuesta no se compondrán más de dos funciones.

Reconocer propiedades analíticas y gráficas de una función a partir de la gráfica de su función derivada.

### **2.2.3. Aplicaciones**

Analizar cualitativa y cuantitativamente funciones, que pueden provenir de situaciones reales, tales como: polinómicas de grado menor o igual que tres, cocientes de polinomios de grado menor o igual que uno, y funciones definidas a trozos cuyas expresiones estén entre las citadas.

Representar gráficamente las funciones descritas en el párrafo anterior.

Utilizar los conocimientos anteriores para resolver problemas de optimización, procedentes de situaciones reales de carácter económico y sociológico, descritas por una función cuya expresión analítica vendrá dada en el texto.

Analizar e interpretar fenómenos habituales en las ciencias sociales susceptibles de ser descritos mediante una función, a partir del estudio de sus propiedades más características.

## **2.3. PROBABILIDAD**

Conocer la terminología básica del Cálculo de Probabilidades.

Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio simple. Describir sucesos y efectuar operaciones con ellos.

Asignar probabilidades a sucesos aleatorios simples y compuestos, dependientes o independientes, utilizando técnicas personales de recuento, diagramas de árbol o tablas de contingencia.

Calcular probabilidades de sucesos utilizando las propiedades básicas de la probabilidad, entre ellas la regla de Laplace para sucesos equiprobables.

Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio, dado un suceso condicionante. Calcular probabilidades condicionadas.

Determinar si dos sucesos son independientes o no.

Calcular probabilidades para experimentos compuestos. Calcular la probabilidad de la realización simultánea de dos o tres sucesos dependientes o independientes.

Conocer y aplicar el teorema de la probabilidad total y el teorema de Bayes, utilizando adecuadamente los conceptos de probabilidades a priori y a posteriori.

#### **2.4. INFERENCIA**

Conocer el vocabulario básico de la Inferencia Estadística: población, individuos, muestra, tamaño de la población, tamaño de la muestra, muestreo aleatorio.

Conocer algunos tipos de muestreo aleatorio: muestreo aleatorio simple y muestreo aleatorio estratificado.

Conocer empíricamente la diferencia entre los valores de algunos parámetros estadísticos de la población y de las muestras (proporción, media).

Conocer la distribución en el muestreo de la media aritmética de las muestras de una población de la que se sabe que sigue una ley Normal.

Aplicar el resultado anterior al cálculo de probabilidades de la media muestral, para el caso de poblaciones Normales con media y varianza conocidas.

Conocer cómo se distribuye, de manera aproximada, la proporción muestral para el caso de muestras de tamaño grande (no inferior a 100).

Conocer el concepto de intervalo de confianza.

A la vista de una situación real de carácter económico o social, modelizada por medio de una distribución Normal (con varianza conocida) o Binomial, el alumno debe saber:

Determinar un intervalo de confianza para la proporción en una población, a partir de una muestra aleatoria grande.

Determinar un intervalo de confianza para la media de una población Normal con varianza conocida, a partir de una muestra aleatoria.

Determinar el tamaño muestral mínimo necesario para acotar el error cometido al estimar, por un intervalo de confianza, la proporción poblacional para cualquier valor dado del nivel de confianza.

Determinar el tamaño muestral mínimo necesario para acotar el error cometido al estimar, por un intervalo de confianza, la media de una población Normal, con varianza conocida, para cualquier valor dado del nivel de confianza.

Conocer el Teorema Central del límite y aplicarlo para hallar la distribución de la media muestral de una muestra de gran tamaño, siempre que se conozca la desviación típica de la distribución de la variable aleatoria de la que procede la muestra.  
Conocer el concepto de contraste de hipótesis y de nivel de significación de un contraste.

A la vista de una situación real de carácter económico o social, modelizada por medio de una distribución Normal (con varianza conocida) o Binomial, el alumno debe saber:

Determinar las regiones de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula en un contraste de hipótesis, unilateral o bilateral, sobre el valor de una proporción y decidir, a partir de una muestra aleatoria adecuada, si se rechaza o se acepta la hipótesis nula a un nivel de significación dado.

Determinar las regiones de aceptación y de rechazo de la hipótesis nula en un contraste de hipótesis, unilateral o bilateral, sobre la media de una distribución Normal con varianza conocida, y decidir, a partir de una muestra aleatoria adecuada, si se rechaza o se acepta la hipótesis nula a un nivel de significación dado.

## **2º Estructura de la prueba que se planteará para la asignatura.**

La prueba de acceso correspondiente a esta asignatura constará de dos opciones: A y B.

El alumno deberá contestar una, y solo una, de ellas, no pudiendo mezclar preguntas de distinta opción. En caso de que así fuese se le corregirán las preguntas de la opción correspondiente a la primera pregunta que físicamente aparezca contestada en el examen del alumno. Deberá indicar al comienzo de su examen la opción elegida.

Podrá responder las preguntas en el orden que desee y sin necesidad de escribir los enunciados, basta con indicar el número de ejercicio.

Cada opción constará de:

Un ejercicio de Álgebra que tendrá una valoración máxima de 2.5 puntos.

Un ejercicio de Análisis, valorado hasta 2.5 puntos.

Un ejercicio de Probabilidad, valorado hasta 2.5 puntos.

Un ejercicio de Inferencia y Muestreo, valorado hasta 2.5 puntos.

Todos los ejercicios tendrán carácter práctico.

Se evitará, en la medida de lo posible, que dentro de un mismo ejercicio aparezcan preguntas encadenadas, es decir que la contestación de un apartado dependa de cómo se han obtenido cálculos previos en apartados anteriores.

Duración de la prueba: una hora y treinta minutos.

## **3º Instrucciones sobre el desarrollo de la prueba.**

### **3.1 De carácter general.**

#### **NOMENCLATURA Y NOTACIÓN UTILIZADA EN LAS PRUEBAS**

7.5 indica 7 unidades enteras y 5 décimas; no se utilizará ninguna marca para millares, millones, etc.

$A \cdot B$  indica, en el caso de matrices, su producto.

$A^t$  indica la traspuesta de la matriz  $A$ .

$I_n$  indica matriz unidad, o identidad, de orden  $n$ .

$O$  indica la matriz nula.

$\ln(x)$  indica logaritmo neperiano de  $x$ .

$\log(x)$  indica logaritmo decimal de  $x$ .

La nomenclatura para discontinuidades será: evitables y no evitables, de salto finito o de salto infinito o asíntoticas.

Se entenderá que la función  $f$  es convexa en el punto de abscisa  $x$  cuando  $f''(x) > 0$ .

Los términos “extremos”, “óptimos” o “máximos y mínimos” así como “locales” o “relativos” podrán usarse indistintamente.

$A^C$  indica el contrario del suceso  $A$ .

El muestreo aleatorio simple se entenderá siempre “con reemplazamiento”.

Se entenderá por muestras grandes aquellas de tamaño  $n \geq 30$ .

En los contrastes de hipótesis  $\alpha$  indicará el nivel de significación.

### **3.2 Materiales permitidos en la prueba.**

Útiles de escritura, regla, calculadora (que no sea programable, gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos), tabla de la distribución Normal (le será facilitada al alumno en el examen).

### **4º Criterios generales de corrección** *(es imprescindible concretar las valoraciones que se harán en cada apartado y/o aspectos a tener en cuenta):*

Las directrices generales de valoración de un ejercicio serán su planteamiento y el desarrollo matemático de dicho planteamiento; la mera descripción, sin ejecución, de ambas directrices no será tenida en cuenta.

El orden y la claridad de exposición, así como la capacidad de síntesis son factores que serán tenidos en cuenta.

Los errores de cálculo operativo, no conceptuales, se penalizarán con un máximo del 10% de la puntuación asignada al ejercicio o al apartado correspondiente.

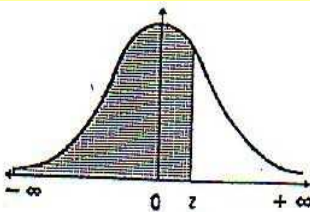
En los ejercicios en los que sea necesaria la lectura en sentido inverso, en la tabla de la ley Normal, de valores de áreas que no aparezcan en dicha tabla, se darán por buenos cualquiera de los dos procedimientos siguientes:

- a) interpolación
- b) aproximación por el valor más cercano de los que aparezcan en la tabla.

## DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

5º Información adicional (aquella que por su naturaleza no está contenida en los apartados anteriores):

Tabla de la distribución Normal  $N(0, 1)$ :



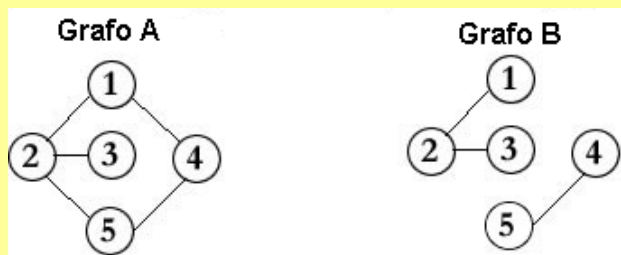
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria  $Z$ , con distribución  $N(0;1)$ , esté por debajo del valor  $z$ .

**Algunos ejemplos de ejercicios de matrices como expresiones de tablas y grafos:**

**Ejemplo 1.**

Sean los grafos siguientes:



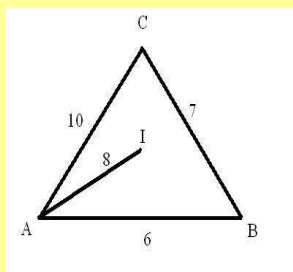
- a) Escriba la matriz de adyacencia asociada a los grafos A y B de la figura anterior.  
 b) Si las matrices C y D unen los nodos numerados con las etiquetas 1, 2, 3, represente los grafos asociados a dichas matrices de adyacencia.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- c) Realice la siguiente operación matricial:  $D \cdot C - C \cdot D$

**Ejemplo 2.**

En un instituto I hay alumnos de tres pueblos, A, B y C. La distancia entre A y B es 6 km, la de B a C es 7 km, la de A a C es 10 km y la de A a I es 8 km. Una empresa de transporte escolar hace dos rutas: la ruta 1 parte de B y recorre sucesivamente C, A e I; la ruta 2 parte de C y recorre sucesivamente B, A e I.



- Determine la matriz M, 2x3, que expresa los kilómetros que recorren los alumnos de cada pueblo por cada ruta.
- El número de alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo es:  
 Pueblo A: 10 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.  
 Pueblo B: 15 alumnos la ruta 1 y 8 alumnos la ruta 2.  
 Pueblo C: 5 alumnos la ruta 1 y 9 alumnos la ruta 2.

Determine la matriz N, 3x2, que indique los alumnos que siguen cada ruta de cada pueblo.

- Si la empresa cobra 12 céntimos por Km a cada persona, determine la matriz  $P = 0.12 M \cdot N$ , e interprete cada uno de sus elementos.

$$M = \begin{matrix} & \text{Ruta1} & \text{Ruta2} \\ \text{Pueblo A} & 10 & 9 \\ \text{Pueblo B} & 15 & 8 \\ \text{Pueblo C} & 5 & 9 \end{matrix} \quad N = \begin{matrix} & \text{Ruta1} & \text{Ruta2} \\ \text{AlumnosA} & & \\ \text{AlumnosB} & & \\ \text{AlumnosC} & & \end{matrix}$$





## DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

### Ejemplo 3.

En una empresa de fabricación de móviles hay 3 categorías de empleados: A, B y C y se fabrican dos tipos de móviles: M y P. Diariamente cada empleado de la categoría A fabrica 4 móviles del tipo M y 3 del tipo P, mientras que cada uno de la categoría B fabrica 5 móviles del tipo M y 4 del tipo P, y cada uno de la categoría C fabrica 6 móviles del tipo M y 5 móviles del tipo P. Para fabricar cada móvil del tipo M se necesitan dos chips y 4 conexiones y para fabricar cada móvil del tipo P 4 chips y 6 conexiones.

- a) Escriba una matriz X,  $3 \times 2$ , que describa el número de móviles de cada tipo y otra matriz Y, de orden 2, que exprese el número de chips y conexiones de cada tipo de móvil.
- b) Realice el producto de matrices X·Y e indique qué expresa dicho producto.

### Ejemplo 4.

Un proveedor que suministra materia prima a 3 fábricas, F, G y H, transporta una parte de sus envíos a cada fábrica por carretera y la otra parte por tren, según se indica en la matriz T, cuyos elementos son las toneladas de materia prima que recibe cada fábrica por cada vía de transporte.

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} F & G & H \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 300 & 200 & 150 \\ 400 & 250 & 200 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{carretera} \\ \text{tren} \end{matrix} \end{matrix}$$

Los precios del transporte de cada tonelada de materia prima son 200 euros por carretera y 180 euros por tren, como indica la matriz C = (200, 180).

Explique qué operación debe efectuarse con estas matrices para determinar una nueva matriz cuyos elementos sean los costes de llevar este material a la fábrica.

### Ejemplo 5.

Una persona tiene que comprar 2 kg de manzanas, 1 kg de ciruelas y 1.5 kg de plátanos y otra necesita 0.5 kg de manzanas, 2.5 de ciruelas y 3 de plátanos. En la frutería A, los precios de las manzanas son 1.8 euros/kg, los de las ciruelas 2.1 y los de los plátanos 1.9 y en la frutería B son 1.7, 2.3 y 1.75 respectivamente.

Se escriben las matrices

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1.5 \\ 0.5 & 2.5 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad N = \begin{pmatrix} 1.8 & 1.7 \\ 2.1 & 2.3 \\ 1.9 & 1.75 \end{pmatrix}$$

- a) Determine M·N e indique qué representa cada uno de los elementos de la matriz producto.
- b) ¿En qué frutería le conviene a cada persona hacer la compra?

### Ejemplo 6.

Un fabricante de productos lácteos, que vende 3 tipos de productos, leche, queso y nata, a dos supermercados, S y H, ha anotado en la matriz A los pesos en kg de cada producto que vende a cada supermercado y, en la matriz B, las ganancias que obtiene en cada supermercado por cada kg de esos productos

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} \text{leche} & \text{queso} & \text{nata} \end{matrix} \\ \text{Matriz A:} & \begin{pmatrix} 500 & 300 & 250 \\ 460 & 300 & 200 \end{pmatrix} \begin{matrix} S \\ H \end{matrix} \end{matrix} \quad \text{matriz B:} \quad \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{leche} & \text{queso} & \text{nata} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0.20 & 4 & 1 \\ 0.25 & 3.60 & 1.20 \end{pmatrix} & \begin{matrix} S \\ H \end{matrix} \end{matrix}$$

Efectúe el producto  $A \cdot B^t$  y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.

**6º Modelo de prueba:**

**OPCIÓN A**

**EJERCICIO 1**

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ ,

- a) **(1.25 puntos)** Calcule los valores de  $a$  y  $b$  para que  $A \cdot B = B \cdot A$ .  
b) **(1.25 puntos)** Para  $a = 1$  y  $b = 0$ , resuelva la ecuación matricial  $X \cdot B - A = I_2$ .

**EJERCICIO 2**

Sea la función definida de la forma  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de  $f$ .  
b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de  $f$  en  $x = 2$ .  
c) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**EJERCICIO 3**

- a) **(1.25 puntos)** Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que  $P(A)=0.5$ , que  $P(B)=0.4$  y que  $P(A \cup B) = 0.8$ , determine  $P(A/B)$ .  
b) **(1.25 puntos)** Sean  $C$  y  $D$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que  $P(C) = 0.3$ , que  $P(D) = 0.8$  y que  $C$  y  $D$  son independientes, determine  $P(C \cup D)$ .

**EJERCICIO 4**

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media  $\mu$  días y desviación típica 3 días.

- a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar  $\mu$ , a un nivel del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.  
b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar  $\mu$  con un error máximo de 1 día y un nivel de confianza del 92%?

**OPCIÓN B**

**EJERCICIO 1**

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x + y \leq 6; \quad 4x + y \leq 10; \quad -x + y \leq 3; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

y determine sus vértices.

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función  $f(x, y) = 4x + 2y - 3$  en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

**EJERCICIO 2**

Sea la función  $f$  definida mediante  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 1 \\ 0 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Determine  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  es continua y tiene un mínimo en  $x = -1$ .

b) **(1 punto)** Para  $a = -1$  y  $b = 1$ , estudie la derivabilidad de  $f$  en  $x = -1$  y en  $x = 1$ .

**EJERCICIO 3**

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

**EJERCICIO 4**

Sea la población  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.

b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

**7º Criterios específicos del modelo de prueba:**

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1: 2.5 puntos**

- a) 0.5 por cada producto, 0.25 por la igualación y obtención de  $a$  y  $b$ .
- b) Hasta 1.25 puntos.

**Ejercicio 2: 2.5 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1 punto.
- c) Hasta 1 punto.

**Ejercicio 3: 2.5 puntos**

- a) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 1 por el resto.
- b) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 1 por el resto

**Ejercicio 4: 2.5 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.
- b) Hasta 0.5 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1: 2.5 puntos**

- a) Hasta 1.5 puntos.
- b) 0.25 por valorar los vértices. 0.75 por expresar que la solución es el segmento.

**Ejercicio 2: 2.5 puntos**

- a) 0.5 por la condición de continuidad, 0.5 por la condición de mínimo, 0.5 por la obtención de  $a$  y  $b$ .
- b) 0.5 por la derivabilidad en cada punto.

**Ejercicio 3: 2.5 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1.5 puntos.

**Ejercicio 4: 2.5 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1.5 puntos.