

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

### OPCIÓN A

#### EJERCICIO 1

Sean las matrices  $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ .

- a) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión que debe tener una matriz  $A$  para que se verifique la igualdad  $A \cdot B = 2C^t$ .
- b) **(2 puntos)** Halle la matriz  $A$  anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos  $a_{31} = 2$ ,  $a_{12} = -3$ ,  $a_{22} = 1$ .

#### EJERCICIO 2

Sea la función  $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + b \cdot x - 1$ .

- a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de  $a$  y  $b$  sabiendo que la función tiene un mínimo en  $x = 0$  y que la gráfica de la función pasa por el punto  $(0, 0)$ .
- b) **(1 punto)** Para  $a = 0$  y  $b = 1$ , determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = -1$ .

#### EJERCICIO 3

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos aleatorios independientes de los que se conoce que:  $P(A) = 0.5$  y  $P(B) = 0.3$ .

- a) **(0.5 puntos)** Diga, razonadamente, si  $A$  y  $B$  son sucesos incompatibles.
- b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que suceda  $A$  y no suceda  $B$ ?
- c) **(1 punto)** Calcule  $P(A/B^c)$ .

#### EJERCICIO 4

Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.

- a) **(1 punto)** A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser  $(31.2, 33.4)$ . Halle la media muestral y el error de estimación.
- b) **(1.5 puntos)** Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1.5.

### OPCIÓN B

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

### EJERCICIO 1

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6 € y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12 €, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.

La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.

- a) **(1 punto)** Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
- b) **(1.5 puntos)** Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema.

### EJERCICIO 2

**(2.5 puntos)** Sea la función  $f$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ .

Determine los valores que han de tomar  $a$  y  $b$  para que la función  $f$  sea derivable en  $x = 0$ .

### EJERCICIO 3

Un estudio estadístico de la producción de una fábrica de batidoras determina que el 4.5% de las batidoras presenta defectos eléctricos, el 3.5% presenta defectos mecánicos y el 1% presenta ambos defectos. Se escoge al azar una batidora.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos defectos.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que tenga un defecto mecánico sabiendo que tiene un defecto eléctrico.
- c) **(0.5 puntos)** Justifique si los sucesos “tener un defecto eléctrico” y “tener un defecto mecánico” son independientes. ¿Son incompatibles?

### EJERCICIO 4

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que usan una determinada marca de ropa; para ello se hace una encuesta a 950 personas y se obtiene que 215 de ellas usan esa marca. Utilizando un contraste de hipótesis ( $H_0 : p \geq 0.25$ ):

- a) **(1.5 puntos)** ¿Podemos afirmar con estos datos y con un nivel de significación del 5% que al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa?
- b) **(1 punto)** ¿Y con un nivel de significación del 1%?