PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2018

MATEMÁTICAS II

TEMA 1: MATRICES Y DETERMINANTES

- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B

Considera las matrices

$$\boldsymbol{A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \;;\; B=\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \;;\; C=\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ y } D=\begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica que: $A^2X-BA+X=CD$
MATEMÁTICAS II. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

Despejamos la matriz X

$$A^2X-BA+X=CD \Rightarrow A^2X+X=CD+BA \Rightarrow (A^2+I)X=CD+BA \Rightarrow X=(A^2+I)^{-1}(CD+BA)$$

Calculamos A^2+I

$$A^2+I=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}=2\cdot I$$

Calculamos $(A^2+I)^{-1}=(2\cdot I)^{-1}=2^{-1}\cdot I^{-1}=\dfrac{1}{2}\cdot I$

Luego:

$$X=(A^2+I)^{-1}(CD+BA)=\frac{1}{2}\cdot I\cdot(CD+BA)=\frac{1}{2}\cdot(CD+BA)=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \\ -8 & 10 & -12 \\ 12 & -15 & 18 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}\right]=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & -4 & 4 \\ -9 & 9 & -12 \\ 13 & -13 & 16 \end{pmatrix}$$