

**MATEMÁTICAS II**

**TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} -\lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = 2 \\ \lambda x + y + z = 1 \end{array} \right\}$$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .

b) Resuelve el sistema para  $\lambda = 0$ .

**MATEMÁTICAS II. 2011. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.**

### R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2\lambda^2 + 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0 ; \lambda = 1$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\lambda = 0$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda = 1$	2	3	S. Incompatible
$\lambda \neq 0$ y 1	3	3	S. Compatible Determinado

b)  $\lambda = 0 \Rightarrow$  Sistema compatible indeterminado.

$$\left. \begin{array}{l} y + z = 1 \\ x + z = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - z \\ y = 1 - z \\ z = z \end{cases}$$

Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) Calcula el rango de  $A$  según los diferentes valores de  $t$ .

b) Razona para qué valores de  $t$  el sistema homogéneo  $A \cdot X = O$  tiene más de una solución.

**MATEMÁTICAS II. 2011. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.**

## R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de  $A$ .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & t+1 & t-1 \\ -2t-1 & 0 & t+3 \end{vmatrix} = -t^2 + 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 ; t = 2$$

	R(A)
$t = 1$	2
$t = 2$	2
$t \neq 1$ y $2$	3

b) El sistema homogéneo tiene más de una solución cuando el rango de  $A$  sea 2, es decir, para  $t = 1$  y  $t = 2$ .

$$\text{Considera el sistema de ecuaciones: } \left. \begin{array}{l} 2x - 2y + 4z = 4 \\ 2x + z = a \\ -3x - 3y + 3z = -3 \end{array} \right\}$$

a) Discútelo según los valores del parámetro  $a$ .

b) Resuélvelo cuando sea posible.

**MATEMÁTICAS II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.**

### R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 24 + 12 + 6 = 0$$

Luego el rango de  $A$  es 2.

Calculamos el determinante de la matriz ampliada del sistema.

$$|M| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & a \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix} = 6a - 24 - 12 + 6a = 0 \Rightarrow a = 3$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$a = 3$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$a \neq 3$	2	3	S. Incompatible

b)  $a = 3 \Rightarrow$  Sistema compatible indeterminado.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 2y + 4z = 4 \\ 2x + z = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 2y = 4 - 4z \\ 2x = 3 - z \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3-z}{2} \\ y = \frac{-1+3z}{2} \\ z = z \end{cases}$$