

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales
$$\left. \begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ 2x + 3y - z &= 3 \end{aligned} \right\}$$

a) Determina el valor de m para el que al añadir la ecuación $x + my + 4z = -3$ al sistema anterior se obtenga un sistema con las mismas soluciones.

b) Calcula la solución del sistema para la que la suma de los valores de las incógnitas sea 6.
MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El sistema que nos dan es un sistema compatible indeterminado y tiene infinitas soluciones, para que tenga las mismas soluciones al añadirle la nueva ecuación el rango de la matriz de los coeficientes tiene que valer 2, luego, el determinante tiene que valer 0.

Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & m & 4 \end{vmatrix} = 12 + 1 + 2m - 3 + 8 + m = 0 \Rightarrow 3m + 18 = 0 \Rightarrow m = -6$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

| | R(A) | R(M) | |
|----------|------|------|-----------------------------|
| $m = -6$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |

Luego, para $m = -6$, los dos sistemas tienen las mismas soluciones.

b) Nos están pidiendo que $x + y + z = 6$, luego, resolvemos el sistema:
$$\left. \begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ 2x + 3y - z &= 3 \\ x + y + z &= 6 \end{aligned} \right\}$$

Lo resolvemos por Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-6}{6} = -1; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{18}{6} = 3; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\text{Sean } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ y } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- a) Determina el rango de A según los valores del parámetro m .
 b) Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m .
 c) Resuelve el sistema $AX = B$ para $m = 1$.

MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a y b) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{vmatrix} = -4m + m^2 - 2m + 3m^2 + 2 = 4m^2 - 6m + 2 = 0 \Rightarrow m = 1; m = \frac{1}{2}$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada y hacemos la discusión del sistema.

| | R(A) | R(M) | |
|-----------------------------------|------|------|-----------------------------|
| $m = 1$ | 2 | 2 | S. Compatible indeterminado |
| $m = \frac{1}{2}$ | 2 | 3 | S. Incompatible |
| $m \neq 1 \text{ y } \frac{1}{2}$ | 3 | 3 | S. Compatible Determinado |

b) Resolvemos el sistema para $m = 1$.

$$\begin{cases} -2x + y = 1 + 3z \\ -x + y = 1 + z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2z \\ y = 1 - z \\ z = z \end{cases}$$

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + z &= 0 \\ x - y + mz &= m - 2 \\ mx + y + 3z &= m - 2 \end{aligned} \right\}$$

a) Discute el sistema según los valores del parámetro m .

b) Resuélvelo, si es posible, para $m = 2$.

MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ m & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2m^2 - 8 = 0 \Rightarrow m = 2 ; m = -2$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada y hacemos la discusión del sistema.

| | R(A) | R(M) | |
|-------------------|------|------|-----------------------------|
| $m = 2$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |
| $m = -2$ | 2 | 3 | S. Incompatible |
| $m \neq 2$ y -2 | 3 | 3 | S. Compatible Determinado |

b) Resolvemos el sistema para $m = 2$.

$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= -z \\ x - y &= -2z \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5z}{3} \\ y = \frac{z}{3} \\ z = z \end{cases}$$

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} 2x - 4y + 6z &= 6 \\ my + 2z &= m + 1 \\ -3x + 6y - 3mz &= -9 \end{aligned} \right\}$$

a) Discute el sistema según los valores del parámetro m .

b) Resuélvelo para $m = 3$. Para dicho valor de m , calcula, si es posible, una solución en la que $y = 0$.

MATEMÁTICAS II. 2013. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 0 & m & 2 \\ -3 & 6 & -3m \end{vmatrix} = -6m^2 + 18m = 0 \Rightarrow m = 0 ; m = 3$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada y hacemos la discusión del sistema.

| | R(A) | R(M) | |
|------------------|------|------|-----------------------------|
| $m = 0$ | 2 | 3 | S. Incompatible |
| $m = 3$ | 2 | 2 | S. Compatible indeterminado |
| $m \neq 0$ y 3 | 3 | 3 | S. Compatible Determinado |

b) Resolvemos el sistema para $m = 3$.

$$\left. \begin{aligned} 2x - 4y + 6z &= 6 \\ 3y + 2z &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-6 + 13y}{2} \\ y = y \\ z = \frac{4 - 3y}{2} \end{cases}$$

Nos piden una solución para $y = 0 \Rightarrow x = -3 ; y = 0 ; z = 2$.