PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2015

MATEMÁTICAS II

TEMA 3: ESPACIO AFIN Y EUCLIDEO

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

Sean los puntos $A(0,1,1)$, $B(2,1,3)$, $C(-1,2,0)$ y $D(2,1,m)$
a) Calcula *m* para que *A, B, C* y *D* estén en un mismo plano.
b) Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos *A* y *B* son simétricos.
c) Calcula el área del triángulo *A,B* y *C*.
MATEMÁTICAS II. 2015. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Si los cuatro puntos están en el mismo plano eso quiere decir que los vectores $\vec{AB}, \vec{AC}$ y $\vec{AD}$ tienen que ser coplanarios, es decir, tienen que ser linealmente dependientes, luego su determinante tiene que valer 0.

Los vectores son: $\vec{AB}=(2,0,2)$; $\vec{AC}=(-1,1,-1)$ y $\vec{AD}=(2,0,m-1)$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & m-1 \end{vmatrix} = 2m-2-4=0 \Rightarrow m=3$$

Luego, para $m=3$, los cuatro puntos están en un mismo plano.

b) El plano que nos piden pasa por el punto medio del segmento AB y su vector normal es $\vec{AB}=(2,0,2)$.

El punto medio es: $M=\left(\dfrac{0+2}{2},\dfrac{1+1}{2},\dfrac{1+3}{2}\right)=(1,1,2)$.

Todos los planos que tienen por vector normal el vector $\vec{AB}=(2,0,2)$, tienen de ecuación $2x+2z+D=0$. Como tiene que pasar por el punto $M(1,1,2)$, su ecuación será:

$$2\cdot 1+2\cdot 2+D=0 \Rightarrow D=-6 \Rightarrow 2x+2z-6=0 \Rightarrow x+z-3=0$$

c) Los vectores son: $\vec{AB}=(2,0,2)$ y $\vec{AC}=(-1,1,-1)$

$$Área=\frac{1}{2}\cdot\left|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\right|=\frac{1}{2}\cdot módulo\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}\cdot módulo(-2,0,2)=\frac{\sqrt{8}}{2}=\sqrt{2}\ u^2$$

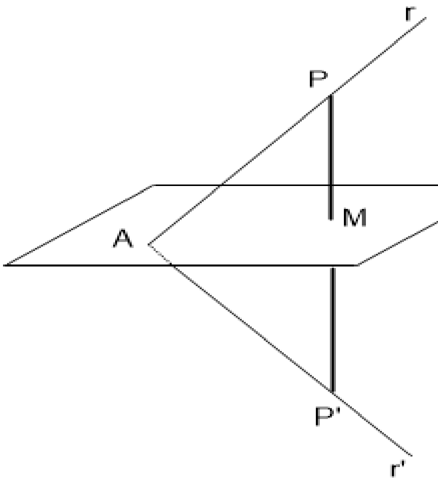
Sea el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 8 = 0$

a) Calcula el punto *P'*, simétrico del punto $P(2,-1,5)$ respecto del plano π .

b) Calcula la recta *r'*, simétrica de la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-5}{1}$

MATEMÁTICAS II. 2015. JUNIO. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N



Calculamos la ecuación de la recta que pasando por el punto *P* es perpendicular al plano. Como la recta es perpendicular al plano, el vector director de dicha recta y el vector normal del plano son paralelos, luego: Vector normal del plano = vector director de la recta = $(2,1,-1)$.

La ecuación paramétrica de la recta será: $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1+t \\ z = 5-t \end{cases}$

Calculamos las coordenadas del punto de intersección de la recta con el plano (*M*); para ello sustituimos la ecuación de la recta en la del plano: $2\cdot(2+2t)+(-1+t)-(5-t)+8=0 \Rightarrow t=-1$

Luego, las coordenadas del punto *M* son: $x=0\,;\, y=-2\,;\, z=6$

Como el punto *M* es el punto medio del segmento *P P'*, si llamamos (*a*,*b*,*c*) a las coordenadas del punto *P'*, se debe verificar que: $\dfrac{a+2}{2}=0\,;a=-2$; $\dfrac{b-1}{2}=-2\,;b=-3$; $\dfrac{c+5}{2}=6\,;c=7$

Luego, el punto simétrico es el $P'(-2,-3,7)$

b) Calculamos el punto de corte de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2-2t \\ y = -1+3t \\ z = 5+t \end{cases}$ con el plano π

$$2\cdot(2-2t)+(-1+3t)-(5+t)+8=0 \Rightarrow t=3 \Rightarrow A(-4,8,8)$$

La recta que nos piden pasa por el punto *A* y *P'*, luego: $\overrightarrow{AP'}(2,-11,-1)$

$$r' \equiv \frac{x+4}{2} = \frac{y-8}{-11} = \frac{z-8}{-1}$$

Considera el punto $P(-3,1,6)$ y la recta *r* dada por $\begin{cases} 2x-y-5=0 \\ y-z+2=0 \end{cases}$

a) Determina la ecuación del plano que pasa por *P* y es perpendicular a *r*.
b) Calcula las coordenadas del punto simétrico de *P* respecto de la recta *r*.
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos la recta a paramétricas: $r \equiv \begin{cases} x=t \\ y=-5+2t \\ z=-3+2t \end{cases}$. El vector director de la recta $(1,2,2)$, es el vector normal del plano, luego, los planos perpendiculares a la recta tienen de ecuación:

$$x+2y+2z+D=0$$

Como queremos que pase por el punto $(-3,1,6)$.

$$x+2y+2z+D=0 \Rightarrow -3+2\cdot 1+2\cdot 6+D=0 \Rightarrow D=-11$$

Luego, el plano que nos piden es: $x+2y+2z-11=0$.

b) Calculamos el punto de corte de la recta con el plano:

$$x+2y+2z-11=0 \Rightarrow x+2\cdot(-5+2t)+2\cdot(-3+2t)-11=0 \Rightarrow t=3$$

Luego, el punto de corte es: $M=(3,-5+2\cdot 3,-3+2\cdot 3)=(3,1,3)$.

Si llamamos al punto simétrico $P'=(a,b,c)$, se cumple que:

$$\frac{(-3,1,6)+(a,b,c)}{2}=(3,1,3) \Rightarrow P'=(9,1,0)$$

Los puntos $A(0,1,1)$ y $B(2,1,3)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice es un punto de la recta *r* dada por $\begin{cases} 2x+y=0 \\ z=0 \end{cases}$

a) Calcula las coordenadas de los posibles puntos *C* de *r* para que el triángulo *ABC* tenga un ángulo recto en el vértice *A*.

b) Calcula las coordenadas de los posibles puntos *D* de *r* para que el triángulo *ABD* tenga un área igual a $\sqrt{2}$

MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos la recta *r* a paramétricas

$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=t \\ y=-2t \\ z=0 \end{cases}$$

Cualquier punto *C*, tendrá de componentes $C=(t,-2t,0)$. Como queremos que sea un triángulo rectángulo en A, los vectores $\vec{AB}=(2,0,2)$ y $\vec{AC}=(t,-2t-1,-1)$, tienen que ser perpendiculares, luego, su producto escalar debe valer 0.

$$\vec{AB}\cdot\vec{AC}=(2,0,2)\cdot(t,-2t-1,-1)=2t-2=0\Rightarrow t=1$$

Luego el punto C será: $C=(1,-2,0)$

b) Cualquier punto *D*, tendrá de componentes $D=(t,-2t,0)$.

Calculamos el área del triángulo *ABD*.

$\vec{AB}=(2,0,2)$; $\vec{AD}=(t,-2t-1,-1)$.

$$S=\frac{1}{2}\left|\vec{AB}\wedge\vec{AD}\right|=\frac{1}{2}\ \text{módulo}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 2 \\ t & -2t-1 & -1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}\text{módulo}\left[(2+4t)\vec{i}+(2+2t)\vec{j}-(2+4t)\vec{k}\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(2+4t)^2+(2+2t)^2+(2+4t)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{36t^2+40t+12}=\sqrt{2}\Rightarrow 9t^2+10t+1=0\Rightarrow t=-1\,;t=-\frac{1}{9}$$

Luego el punto D será: $D=(-1,2,0)$ ó $D=\left(-\frac{1}{9},\frac{2}{9},0\right)$

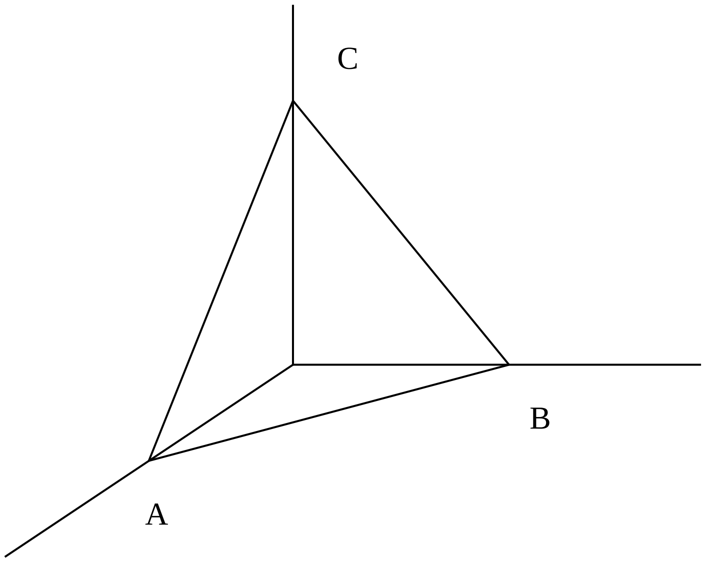
Sean los planos $\pi \equiv x+3y+2z-5=0$ y $\pi' \equiv -2x+y+3z+3=0$.
a) Determina el ángulo que forman π y π'.
b) Calcula el volumen del tetraedro limitado por π y los planos coordenados.
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Los vectores normales de los planos son: $\vec{n}_1=(1,3,2)$ y $\vec{n}_2=(-2,1,3)$. Aplicando la fórmula del ángulo de dos planos, tenemos:

$$\cos\alpha=\frac{1\cdot(-2)+3\cdot 1+2\cdot 3}{\sqrt{1+9+4}\cdot\sqrt{4+1+9}}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}\Rightarrow \alpha=60^{\circ}$$

b)



Los puntos de corte del plano con los ejes coordenados son: $A=(5,0,0)$; $B=\left(0,\frac{5}{3},0\right)$ y $C=\left(0,0,\frac{5}{2}\right)$

Calculamos los vectores $\vec{OA}=(5,0,0)$; $\vec{OB}=\left(0,\frac{5}{3},0\right)$ y $\vec{OC}=\left(0,0,\frac{5}{2}\right)$. El volumen del tetraedro será:

$$V=\frac{1}{6}\begin{vmatrix}5 & 0 & 0\\ 0 & \frac{5}{3} & 0\\ 0 & 0 & \frac{5}{2}\end{vmatrix}=\frac{125}{36}\ u^3$$

Sean el punto $P(1,6,-2)$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-5}{6} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z}{2}$

a) Halla la ecuación general del plano π que contiene al punto *P* y a la recta *r*.
b) Calcula la distancia entre el punto *P* y la recta *r*
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos la recta a paramétricas: $\dfrac{x-5}{6} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 5+6t \\ y = -1-3t \\ z = 2t \end{array}\right\}$

La recta pasa por el punto $A=(5,-1,0)$ y su vector director es $\vec{u}=(6,-3,2)$. El plano que nos piden viene definido por el punto $A=(5,-1,0)$, el vector $\vec{u}=(6,-3,2)$ y el vector $\vec{AP}=(-4,7,-2)$ luego, su ecuación es:

$$\begin{vmatrix} x-5 & 6 & -4 \\ y+1 & -3 & 7 \\ z & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -8x+4y+30z+44=0 \Rightarrow -4x+2y+15z+22=0$$

b) Calculamos el plano perpendicular a *r* y que pasa por *P*

$$6x-3y+2z+D=0 \Rightarrow 6\cdot 1-3\cdot 6+2\cdot(-2)+D=0 \Rightarrow D=-16 \Rightarrow 6x-3y+2z+16=0$$

Calculamos el punto de corte de la recta con el plano

$$6\cdot(5+6t)-3\cdot(-1-3t)+2\cdot(2t)+16=0 \Rightarrow 49+49t=0 \Rightarrow t=-1$$

Luego el punto de corte es:

$$M=(5+6t,-1-3t,2t)=\big(5+6\cdot(-1),-1-3\cdot(-1),2\cdot(-1)\big)=(-1,2,-2)$$

La distancia es el módulo del vector $\vec{PM}=(-2,-4,0)$, luego:

$$\left|\vec{PM}\right| = \sqrt{(-2)^2+(-4)^2+(0)^2} = \sqrt{20} = 4'47\ u$$

Halla unas ecuaciones paramétricas para la recta *r*, que contiene al punto $P(3,-5,4)$ y corta perpendicularmente a la recta $s \equiv \frac{x-4}{5} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z}{4}$

MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

Pasamos la recta *s* a paramétricas: $\frac{x-4}{5} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z}{4} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 4+5t \\ y = 8-3t \\ z = 4t \end{array} \right\}$

Cualquier punto M de la recta s tiene de coordenadas $M = (4+5t, 8-3t, 4t)$. El vector $\vec{PM} = (1+5t, 13-3t, -4+4t)$ tiene que ser perpendicular al vector director $\vec{u} = (5,-3,4)$ de la recta s, por lo tanto, su producto escalar debe valer cero

$$\vec{PM} \cdot \vec{u} = (1+5t, 13-3t, -4+4t) \cdot (5,-3,4) = 0 \Rightarrow 5+25t-39+9t-16+16t = 0 \Rightarrow 50t-50 = 0 \Rightarrow t = 1$$

Por lo tanto el vector $\vec{PM}$, será: $\vec{PM} = (6,10,0)$ y la ecuación paramétrica de la recta *r* que nos piden es: $\left. \begin{array}{l} x = 3+6t \\ y = -5+10t \\ z = 4 \end{array} \right\}$

Sea r la recta de ecuación $r \equiv \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{4} = z$

a) Halla el punto de r que equidista del origen de coordenadas y del punto $P(4,-2,2)$

b) Determina el punto de la recta r más próximo al origen de coordenadas.

MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos la recta a paramétricas: $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{4} = z \Rightarrow \begin{cases} x = -2+3t \\ y = -1+4t \\ z = t \end{cases}$

Luego, cualquier punto de la recta tiene de coordenadas $A = (-2+3t, -1+4t, t)$.

Como este punto equidista de O y de P, se cumple que: $\left|\overrightarrow{OA}\right| = \left|\overrightarrow{PA}\right|$.

$$\overrightarrow{OA} = (-2+3t, -1+4t, t) \Rightarrow \left|\overrightarrow{OA}\right| = \sqrt{(-2+3t)^2 + (-1+4t)^2 + (t)^2} = \sqrt{26t^2 - 20t + 5}$$

$$\overrightarrow{PA} = (-6+3t, 1+4t, -2+t) \Rightarrow \left|\overrightarrow{PA}\right| = \sqrt{(-6+3t)^2 + (1+4t)^2 + (-2+t)^2} = \sqrt{26t^2 - 32t + 41}$$

Igualando, nos queda:

$$\sqrt{26t^2 - 20t + 5} = \sqrt{26t^2 - 32t + 41} \Rightarrow 12t = 36 \Rightarrow t = 3$$

Luego, el punto que nos piden es: $A = (7,11,3)$.

b) Calculamos el plano perpendicular a r y que pasa por el origen de coordenadas

$$3x + 4y + z + D = 0 \Rightarrow 3\cdot 0 + 4\cdot 0 + 1\cdot 0 + D = 0 \Rightarrow D = 0 \Rightarrow 3x + 4y + z = 0$$

Calculamos el punto de corte de la recta con el plano

$$3\cdot(-2+3t) + 4\cdot(-1+4t) + 1\cdot t = 0 \Rightarrow 26t - 10 = 0 \Rightarrow t = \frac{5}{13}$$

Luego el punto de corte es:

$$M = \left(-2 + 3\cdot\frac{5}{13}, -1 + 4\cdot\frac{5}{13}, \frac{5}{13}\right) = \left(-\frac{11}{13}, \frac{7}{13}, \frac{5}{13}\right)$$

Considera los puntos $B(1,2,-3)$, $C(9,-1,2)$, $D(5,0,-1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+1=0 \\ y-z \quad =0 \end{cases}$

a) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son *B, C* y *D*.
b) Halla un punto *A* en la recta *r* de forma que el triángulo *ABC* sea rectángulo en *A*.
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los vectores: $\vec{BC}=(8,-3,5)$; $\vec{BD}=(4,-2,2)$

Aplicamos la fórmula que nos da el área del triángulo:

$$S=\frac{1}{2}\ |\vec{BC}\wedge\vec{BD}|=$$

$$\frac{1}{2}\ módulo \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\ módulo\ (4,4,-4)=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+4^2+4^2}=\sqrt{12}=3'46\ u^2$$

b) Pasamos la recta a paramétricas: $r \equiv \begin{cases} x+y+1=0 \\ y-z \quad =0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1-t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$

Cualquier punto *A* de la recta *r* tendrá de coordenadas $A=(-1-t,t,t)$. Como el ángulo recto está en *A*, los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{AC}$, son perpendiculares, luego su producto escalar vale cero.

$$\vec{AB}=(2+t,2-t,-3-t)$$

$$\vec{AC}=(10+t,-1-t,2-t)$$

$$\vec{AB}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow (2+t,2-t,-3-t)\cdot(10+t,-1-t,2-t)=0 \Rightarrow 3t^2+12t+12=0 \Rightarrow t=-2$$

Luego, el punto *A* es: $A=(1,-2,-2)$

Considera el punto $P(1,0,-1)$ y la recta *r* dada por $\begin{cases} x+y=0 \\ z-1=0 \end{cases}$

a) Halla la distancia de *P* a *r*.
b) Determina la ecuación general del plano que pasa por *P* y contiene a *r*.
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el plano perpendicular a *r* y que pasa por *P*

$$x-y+D=0 \Rightarrow 1\cdot 1-1\cdot 0+D=0 \Rightarrow D=-1 \Rightarrow x-y-1=0$$

Calculamos el punto de corte de la recta con el plano

$$1\cdot t-1\cdot(-t)-1=0 \Rightarrow t=\frac{1}{2}$$

Luego el punto de corte es: $M=(t,-t,1)=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},1\right)$

La distancia es el módulo del vector $\vec{PM}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},2\right)$, luego:

$$\left|\overrightarrow{PM}\right|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(2)^2}=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}=2'12\ u$$

b) Pasamos la recta a paramétricas: $\begin{cases} x+y=0 \\ z-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=1 \end{cases}$

La recta pasa por el punto $A=(0,0,1)$ y su vector director es $\vec{u}=(1,-1,0)$. El plano que nos piden viene definido por el punto $A=(0,0,1)$, el vector $\vec{u}=(1,-1,0)$ y el vector $\vec{AP}=(1,0,-2)$ luego, su ecuación es:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ y & -1 & 0 \\ z-1 & 0 & -2 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow 2x+2y+z-1=0$$

Sea r la recta definida por $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=\lambda-2 \end{cases}$ y s la recta dada por $\begin{cases} x-y=1 \\ z=-1 \end{cases}$.

a) Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a las rectas dadas.
b) Calcula la distancia entre r y s.
MATEMÁTICAS II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

Escribimos las ecuaciones de las dos rectas en forma paramétrica.

$$r \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=t-2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x=1+s \\ y=s \\ z=-1 \end{cases}$$

Cualquier punto de la recta r tendrá de coordenadas $A=(1,1,t-2)$ y cualquier punto de la recta s tendrá de coordenadas $B=(1+s,s,-1)$

El vector $\overrightarrow{AB}$ tendrá de coordenadas: $\overrightarrow{AB}=(s,s-1,1-t)$

Como el vector $\overrightarrow{AB}$ tiene que ser perpendicular a la recta r y s se debe cumplir que:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0 \Rightarrow (s,s-1,1-t)\cdot(0,0,1)=0 \Rightarrow 1-t=0 \Rightarrow t=1$$
$$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow (s,s-1,1-t)\cdot(1,1,0)=0 \Rightarrow s+s-1=0 \Rightarrow s=\frac{1}{2}$$

Luego, los puntos A y B que están a mínima distancia tienen de coordenadas

$$A=(1,1,-1)\ ;\ B=\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2},-1\right)$$

a) La recta que nos piden viene definida por: $A=(1,1,-1)$ y $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},0\right)$. Su ecuación es:

$$\frac{x-1}{\frac{1}{2}}=\frac{y-1}{-\frac{1}{2}}=\frac{z+1}{0}$$

b) La distancia es el módulo del vector $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},0\right)$

$$d=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+0}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=0'7071\ u$$

Considera el plano π de ecuación $mx+5y+2z=0$ y la recta *r* dada por $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{n}=\frac{z-1}{2}$

a) Calcula *m* y *n* en el caso en el que la recta *r* es perpendicular al plano π.

b) Calcula *m* y *n* en el caso en el que la recta *r* está contenida en el plano π.

MATEMÁTICAS II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4.OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Si la recta es perpendicular al plano, el vector director de la recta y el vector normal del plano son paralelos, luego, sus componentes son proporcionales.

$$\frac{m}{3}=\frac{5}{n}=\frac{2}{2}\Rightarrow m=3\ ;\ n=5$$

b) Para que la recta *r* esté contenida en el plano π, el punto de la recta debe pertenecer al plano y el vector director de la recta y el vector normal del plano deben ser perpendiculares, es decir, su producto escalar debe valer 0.

Sustituimos el punto en la ecuación del plano.

$$m\cdot(-1)+5\cdot 0+2\cdot 1=0\Rightarrow m=2$$

El producto escalar de los vectores $(m,5,2)$ y $(3,n,2)$ debe valer cero, luego:

$$m\cdot 3+5\cdot n+2\cdot 2=0\Rightarrow 3m+5n+4=0\Rightarrow 6+5n+4=0\Rightarrow n=-2$$