



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de derivada nula en $x = 1$ que no es extremo relativo y que $f(1) = 1$. Calcula a , b y c .

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

- [0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.
 - [1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , la recta tangente obtenida y el eje OY.
-

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix},$$

halla la matriz X que cumple que $A \cdot X = (B \cdot A^t)^t$.

Ejercicio 4. Considera el punto $P(-2, 3, 0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ 2x - 2y + z + 1 = 0. \end{cases}$

- [1 punto]** Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r .
 - [1'5 puntos]** Determina el punto de r más próximo a P .
-



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : (0, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ es derivable en todo punto de su dominio, siendo

$$f'(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } 0 < x \leq 2, \\ -x + 3 & \text{si } 2 < x < 3, \end{cases}$$

y que $f(1) = 0$. Halla la expresión analítica de f .

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por

$$f(x) = \begin{cases} |2 - x| & \text{si } x < a, \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si } x \geq a, \end{cases}$$

donde a es un número real.

- [0'5 puntos] Determina a .
- [2 puntos] Halla la función derivada de f .

Ejercicio 3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m^2 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- [1 punto] Determina los valores de m para los que la matriz A tiene inversa.
- [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $m = 2$.

Ejercicio 4. Considera una recta r y un plano π cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\left. \begin{array}{l} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{array} \right\} (t \in \mathbb{R}) \quad \left. \begin{array}{l} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{array} \right\} (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$$

- [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π .
- [1'25 puntos] Dados los puntos $B(4, 4, 4)$ y $C(0, 0, 0)$, halla un punto A en la recta r de manera que el triángulo formado por los puntos A , B y C sea rectángulo en B .