



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1, \\ 2 - x^2 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- [1'25 puntos] Calcula, si es posible, las derivadas laterales de f en $x = 1$.
- [1'25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina el valor positivo de λ para el que el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = \lambda x$ es 1.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} x + my - z &= -2 + 2my \\ mx - y + 4z &= 5 + 2z \\ 6x - 10y - z &= -1. \end{aligned} \right\}$$

- [1'5 puntos] Discute las soluciones del sistema según los valores de m .
- [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Se sabe que el plano Π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos A , B y C , siendo las longitudes de los segmentos OA , OB y OC de 4 unidades, donde O es el origen de coordenadas.

- [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano Π .
- [1 punto] Calcula el área del triángulo ABC .
- [0'75 puntos] Obtén un plano paralelo al plano Π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

- (a) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- (b) [0'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta tangente obtenida.
- (c) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 2. Considera la función f definida para $x \neq -2$ por $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x + 2}$.

- (a) [1'25 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 3. Considera la matriz

$$M(x) = \begin{pmatrix} 2x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

donde x es un número real.

- (a) [1'5 puntos] ¿Para qué valores de x existe $(M(x))^{-1}$? Para los valores de x obtenidos, calcula la matriz $(M(x))^{-1}$.
- (b) [1 punto] Resuelve, si es posible, la ecuación $M(3) \cdot M(x) = M(5)$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2 + 2\beta \\ z = 0. \end{cases}$$