

**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Dada la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida como  $f(x) = a \operatorname{sen}(x) + bx^2 + cx + d$ , determina los valores de las constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  sabiendo que la gráfica de  $f$  tiene tangente horizontal en el punto  $(0, 4)$  y que la segunda derivada de  $f$  es  $f''(x) = 3 \operatorname{sen}(x) - 10$ .

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Sea la función  $f$  dada por  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$  para  $x \neq -1$  y  $x \neq 0$ . Determina la primitiva  $F$  de  $f$  tal que  $F(1) = 1$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} \lambda x + 2y + 6z = 0 \\ 2x + \lambda y + 4z = 2 \\ 2x + \lambda y + 6z = \lambda - 2 \end{array} \right\}$$

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro  $\lambda$ .

(b) [0'75 puntos] Resuélvelo para  $\lambda = 2$ .

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Halla el punto simétrico de  $P(1, 1, 1)$  respecto de la recta  $r$  de ecuación

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{2}{x+1} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Sean  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  y  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ .

- [1 punto] Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$ , y halla su punto de corte.
- [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y el eje de ordenadas.

**Ejercicio 3.-** De la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  se sabe que  $\det(A) = 4$ . Se pide:

- [1'25 puntos] Halla  $\det(-3A^t)$  y  $\det \begin{pmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{pmatrix}$ . Indica las propiedades que utilizas. ( $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$ ).
- [0'75 puntos] Calcula  $\det(A^{-1}A^t)$ .
- [0'5 puntos] Si  $B$  es una matriz cuadrada tal que  $B^3 = I$ , siendo  $I$  la matriz identidad, halla  $\det(B)$ .

**Ejercicio 4.-** Sean los puntos  $A(2, \lambda, \lambda)$ ,  $B(-\lambda, 2, 0)$  y  $C(0, \lambda, \lambda - 1)$ .

- [1 punto] ¿Existe algún valor de  $\lambda \in \mathbb{R}$  para el que los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  estén alineados? Justifica la respuesta.
- [1'5 puntos] Para  $\lambda = 1$  halla la ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Calcula la distancia del origen de coordenadas a dicho plano.