

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
  - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
  - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
  - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea la función  $f: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2 - 8 \ln(x)$  donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano.

- (a) [0'75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- (b) [1 punto] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (c) [0'75 puntos] Estudia los intervalos de concavidad y de convexidad.

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^3 - 4x$

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- (b) [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = -x - 2$ , determinando los puntos de corte de ambas gráficas.
- (c) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = 2 \\ x - 2y - z = k+1 \end{cases}$$

- (a) [1'75 puntos] Clasifícalo según los distintos valores de  $k$ .
- (b) [0'75 puntos] Resuélvelo para el caso  $k = 2$ .

**Ejercicio 4.-** Dadas las rectas  $r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4}$  y  $s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2}$

- (a) [1 punto] Determina la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- (b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .

- Instrucciones:**
- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
  - b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
  - c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
  - d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

---

**Ejercicio 1.-** Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = e^x(x^2 - x + 1)$

- (a) [0'75 puntos] Calcula  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (b) [1'25 puntos] Halla los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.
- (c) [0'5 puntos] Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de  $f$ .

---

**Ejercicio 2.-** Sean  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por  $f(x) = x^2 - 2x$  y  $g(x) = -x^2 + 4x$  respectivamente.

- (a) [0'75 puntos] Halla los puntos de corte de sus gráficas y realiza un esbozo del recinto que limitan.
- (b) [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

---

**Ejercicio 3.-** [2'5 puntos] Encuentra la matriz  $X$  que satisface la ecuación  $XA + A^3B = A$ , siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

---

**Ejercicio 4.-** [2'5 puntos] Los puntos  $A(1, 1, 5)$  y  $B(1, 1, 2)$  son vértices consecutivos de un rectángulo  $ABCD$ . El vértice  $C$ , consecutivo a  $B$ , está en la recta  $x = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+1}{2}$ . Determina los vértices  $C$  y  $D$ .

---