

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$  para  $x > 0, x \neq 1$  (donde  $\ln$  denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = e$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Sea  $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}.$$

Determina la primitiva de  $g$  cuya gráfica pasa por el punto  $P(1, 0)$ . *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable  $t = \sqrt{x}$ .

**Ejercicio 3.-** Sean

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

- a) [1'25 puntos] Determina el rango de  $A$  según los valores del parámetro  $m$ .
- b) [0'75 puntos] Discute el sistema  $AX = B$  según los valores del parámetro  $m$ .
- c) [0'5 puntos] Resuelve el sistema  $AX = B$  para  $m = 1$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(1, 2, 1)$ ,  $B(-1, 0, 2)$  y  $C(3, 2, 0)$  y el plano  $\pi$  determinado por ellos.

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta  $r$  que está contenida en  $\pi$  y tal que  $A$  y  $B$  son simétricos respecto de  $r$ .
- b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de  $A$  a  $r$ .

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)}$  para  $x \neq a$  y  $x \neq \frac{1}{2}$ .

- a) [1 punto] Halla  $a$  y  $k$  sabiendo que la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(0, 2)$  y que la recta  $x = 2$  es una asíntota de dicha gráfica.
- b) [1'5 puntos] Para  $k = 4$  y  $a = 2$ , halla los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Calcula  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(2x) dx$ .

**Ejercicio 3.-** Sean  $A$  y  $B$  las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}.$$

- a) [1'25 puntos] Calcula las matrices  $X$  e  $Y$  para las que  $2X - Y = A$  y  $X - 3Y = B$ .
- b) [1'25 puntos] Halla la matriz  $Z$  que verifica  $B^2 + ZA + B^t = 3I$  ( $I$  denota la matriz identidad y  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$ ).

**Ejercicio 4.-** Considera las rectas  $r$  y  $s$  dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Determina la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .