UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD — MATEMÁTICAS II
CURSO 2013-2014

Universidades Públicas de Andalucía

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{1}{2x} + \ln x$ para $x > 0$ (ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'75 puntos]** Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula $\displaystyle\int_{-1}^{1} \ln(4-x)\,dx$ (ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & (m+1)y & + & 2z & = & -1 \\ mx & + & y & + & z & = & m \\ (1-m)x & + & 2y & + & z & = & -m-1 \end{array}\right\}$$

a) **[1'75 puntos]** Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo para $m = 2$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $z = 2$.

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1,-1,0)$, $\vec{v} = (0,1,2)$, $\vec{w} = (1+\alpha, 2\alpha, 2-3\alpha)$. Halla los valores de α en cada uno de los siguientes casos:

a) **[1 punto]** $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ están en el mismo plano.

b) **[0'5 puntos]** $\vec{w}$ es perpendicular a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$.

c) **[1 punto]** El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ es $1/6$.

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- **[2'5 puntos]** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$. Halla b, c y d sabiendo que f tiene un máximo relativo en $x = -1$ y que $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = 4$.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

a) **[0'5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

b) **[0'75 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta $2x + y - 7 = 0$ y el eje OX, calculando los puntos de corte.

c) **[1'25 puntos]** Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) **[0'75 puntos]** ¿Para qué valores de m se verifica que $A^2 = 2A + I$? (I denota la matriz identidad).

b) **[1'75 puntos]** Para $m = 1$, calcula A^{-1} y la matriz X que satisface $AX - B = AB$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -2, 0)$ y la recta r dada por

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

a) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.

b) **[1'25 puntos]** Calcula la distancia de P a r.