

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Se quiere construir un bote de conservas cilíndrico, con tapa, de un litro de capacidad. Calcula las dimensiones del bote para que en su construcción se utilice la menor cantidad posible de hojalata.

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Calcula

$$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{2x+1+\sqrt{2x+1}} dx \quad (\text{sugerencia : } t = \sqrt{2x+1}).$$

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} k & 1+k \\ 1-k & 0 \end{pmatrix}$ . Determina, si existen, los valores de  $k$  en cada uno de los casos siguientes:

- a) [0'75 puntos]  $\text{rango}(A) = 1$ .
- b) [0'75 puntos]  $A^2 = A$ .
- c) [0'5 puntos]  $A$  tiene inversa.
- d) [0'5 puntos]  $\det(A) = -2$ .

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Determina el punto de la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$  que equidista de los planos

$$\pi \equiv x + y + z + 3 = 0 \quad \text{y} \quad \pi' \equiv \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = -\lambda + \mu \\ z = -6 - \mu \end{cases}$$

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = |x^2 - 4|$ .

- a) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$  y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = -1$ .

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Determina la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$f''(x) = -2 \operatorname{sen}(2x), \quad f(0) = 1 \quad \text{y} \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda + 1 \\ \lambda & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) [1'5 puntos] Determina, si existen, los valores de  $\lambda$  para los que  $A^{-1} = 2I - A$  (siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3).
- b) [1 punto] Determina, si existen, los valores de  $\lambda$  para los que la matriz  $A + A^T$  no tiene inversa ( $A^T$  es la matriz traspuesta de  $A$ ).

**Ejercicio 4.-** Considera el plano  $\pi$  de ecuación  $6x - my + 2z = 1$  y la recta  $r$  dada por

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

- a) [1 punto] Calcula  $m$  en el caso en que la recta  $r$  es perpendicular al plano  $\pi$ .
- b) [1'5 puntos] ¿Existe algún valor de  $m$  para el que la recta  $r$  esté contenida en el plano  $\pi$ ?