

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Se sabe que la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos(x) & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

es continua.

- a) [1,5 puntos] Determina  $a$  y  $b$ .
- b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Considera la función dada por  $f(x) = \sqrt{3 + |x|}$  para  $x \in [-3, 3]$ .

- a) [0,5 puntos] Expresa la función  $f$  definida a trozos.
- b) [2 puntos] Halla  $\int_{-3}^3 f(x) dx$

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

- a) [1,25 puntos] Calcula la matriz inversa de  $(A + B)$ .
- b) [1,25 puntos] Calcula el determinante de  $2A^{-1}(A + B)^t$ , siendo  $(A + B)^t$  la matriz traspuesta de  $A + B$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los vectores  $\vec{u} = (2, 3, 4)$ ,  $\vec{v} = (-1, -1, -1)$  y  $\vec{w} = (-1, \lambda, -5)$  siendo  $\lambda$  un número real.

- a) [1,25 puntos] Halla los valores de  $\lambda$  para los que el paralelepípedo determinado por  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  tiene volumen 6 unidades cúbicas.
- b) [1,25 puntos] Determina el valor de  $\lambda$  para el que  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  son linealmente dependientes.

**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x \arctan(x)$ . Determina la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(0, \pi)$ .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determina, si existe, la matriz  $X$  que verifica que  $ABX - 2C = CX$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta que pasa por  $A(4, 3, 6)$  y  $B(-2, 0, 0)$  y sea  $s$  la recta dada por 
$$\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$$

a) **[1,25 puntos]** Determina la posición relativa de  $r$  y  $s$ .

b) **[1,25 puntos]** Calcula, si existen, los puntos  $C$  de  $s$  tales que los vectores  $\vec{CA}$  y  $\vec{CB}$  son ortogonales.